Computermathematik 1
Arbeiten mit Excel

Praktikum für BT1 / UV1

Fachbereich MLS, Hochschule Furtwangen University
Prof. Dr. Stefan von Weber
Version Nov 2017 (Skript 1561)

Inhaltsverzeichnis

Allgemeines

Die Veranstaltung **„Arbeiten mit Excel & Co“** ist ein von mir betreutes Praktikum ohne begleitende Vorlesung. Das Hauptgewicht liegt auf **Excel** und **mathematischen Anwendungen**. Ganz am Anfang lernen Sie die Datenbank **Access** kennen.

Sie sind auf das vorliegende Skript und die Betreuung im Praktikum gestellt. Natürlich können Sie weitere Quellen anzapfen, wie Internet oder Bücher. Ihre wichtigste Hilfe ist jedoch das Team. Arbeiten Sie nicht allein, sondern in einer Gruppe. Das Skript ist so gegliedert, dass zu jedem Aufgabentyp ein Beispiel bearbeitet wird.

Falls Sie mit anderer Software arbeiten (z.B. Open Office), müssen Sie Ihren Rechner für die Vorführung mitbringen, falls diese Software nicht auf den HFU-Rechnern installiert ist, oder ein PDF-File Ihrer Arbeit erzeugen und das dann Vorführen.

Organisatorisches

Sie bilden Praktikumsgruppen à 2 Personen für die gesamte Zeit des C1-Praktikums. Dafür geht eine Liste um. Nur falls jemand übrig bleibt, dürfen Sie eine 1-er-Gruppe oder eine 3-er-Gruppe bilden.

Eine 1-er-Gruppe muss 5 von den insgesamt 10 Aufgaben lösen.
Eine 2-er-Gruppe muss 9 von den insgesamt 10 Aufgaben lösen.
Eine 3-er-Gruppe muss alle 10 Aufgaben und die beiden ***Zusatzaufgaben für Dreiergruppen*** **lösen**.
Alle Gruppen müssen in ihrer Anzahl immer Aufgabe 3, 8 und 10 lösen.

Besorgen Sie sich gegebenenfalls im Dekanat MLS einen Account für die MuV-PC-Hall (Raum A3.14 bzw. B2.02), wenn Sie ihn noch nicht haben. Heben Sie ihn sorgfältig auf. Dieser Account gilt Ihr ganzes Studium lang. Falls das Praktikum in der allgemeinen PC-Hall im D-Bau stattfindet, haben Sie den Account mit den Studienunterlagen bekommen.

Legen Sie auf Ihrer persönlichen **X-Platte** (samba) einen Ordner **C1** an. Die X-Platte begleitet Sie über das gesamte Studium. Im Ordner C1 legen Sie alle Ergebnisse, Testdaten und Programme ab.
Können Sie eine Aufgabe vorführen, dann wird sie von mir am Rechner angesehen und registriert. Diese **Registrierung ist die Grundlage für den Schein**. Sie können auch zu Hause oder in einem anderen Rechnerraum arbeiten.

Schaffen Sie es nicht, bis zum Vorlesungsende mir die gelösten Aufgaben zu zeigen, bleiben Ihnen **bis zum Mittwoch der 2-ten Klausurwoche** die Möglichkeiten, mir die gelösten Aufgaben als ungezippte Anhänge einer Mail an ***webers"at"fh-furtwangen*** zu senden.

0. Einführung in Excel ® (Tabellenkalkulation)

Literatur: Said Baloui, Excel, Markt&Technik

Excel kann rechnen, Graphiken erzeugen, Datenbank sein.

0.1 Einfache Beispiele zu Excel

Eine Tabelle besteht aus **Feldern** oder **Zellen**, die in **Zeilen** und **Spalten** angeordnet sind. Die Spalten werden mit Buchstaben bezeichnet (A, B, C, …), die Zeilen sind nummeriert (1,2,3,…). **Selektieren** heißt ein Feld anzuklicken bzw. einen **Bereich** (dieser wird grau, aber das obere linke Feld weiß und dick umrandet). Die Entertaste wird hier im Skript mit <u>**E**</u> abgekürzt. Die **Shift**-Taste ist die Großschreibtaste direkt über Strg (Steuerung).

	S1=A	S2=B	S3=C	.....
Z1	***3,14***			
Z2			**-0,5997**	
Z3		***-9,3***		

Wir selektieren ***A1*** und tippen ***3,14*** ein.
Wir selektieren ***B3*** und tippen ***-9,3*** ein.
Wir selektieren ***C2*** und tippen und selektieren
sel. sel.
=cos(***A1*** * ***B3***) <u>**E**</u>
Auf C2 erscheint das Ergebnis. Ändern wir die Zahl in A1, ändert sich auch das Ergebnis.

- Man kann selektierte Zeilen/Spalten/Bereiche **löschen, kopieren**.
- Man kann vor einer selektierten Zeile/Spalte leere Zeilen/Spalten **einfügen**
- Man kann sel. Zeilen/Spalten/Bereichen **andere Formate** verpassen, z.B. "Datum"
- Man kann eine selektierte Zahlenreihe oder Datumsreihe durch **Ziehen** verlängern.

	S1=A	S2=B
Z1	0,9	1
Z2	2,1	3 +
Z3	3,67 +	5
Z4	4,99	7

Beispiel Spalte S1 bzw. A: Es erscheinen die Werte der Ausgleichsgeraden, die durch die eingerahmten y-Werte definiert ist. Die 3 x-Werte sind 1, 2, 3, dann fortgesetzt 4, 5, 6, ...
Beispiel Spalte S2 bzw. B: Es erscheinen die Werte der Zahlenfolge 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

Die **Rechen- und Vergleichsoperatoren** sind nach fallender Priorität geordnet:
^ (hoch) * / + - < <= = >= > <>(ungleich)

Funktionen finden wir, wenn wir das Ikon f_x anklicken oder --> Einfügen --> Funktion. Eine Beschreibung der Funktion finden wir, wenn wir im Fenster der Funktion das Fragezeichen anklicken.

0.2 Bedingte Berechnungen und Fehlwerte in Excel

Ähnlich den if-Anweisungen in den Programmiersprachen Pascal, C oder Java möchte man bestimmte Alternativen bei der Berechnung von Werten haben. Excel bietet das an.

	.....	C	D	E
Z1		1	4	0 +
Z2		3	2	0
Z3		9	1	1
Z4		4	5	0
Z5		2	6	0

Beispiel bedingte Berechnungen
Selektiere E1 und tippe ein:
=wenn(und(*sel.C1***>5;***sel.D1***<4); 1; 0) Enter**
Auf E1 erscheint das Ergebnis 0
Durch Ziehen erscheinen weitere Ergebnisse auf den Feldern E2, E3 usw.

Wenn C1>5 ist **und** D1<4 ist, dann nimm die **1** (den ersten Ausgabewert), sonst die **0** (den zweiten Ausgabewert). Statt 1 und 0 können auch Felder selektiert werden mit Werten, die nach zwei verschiedenen Formeln zuvor berechnet wurden, oder man kann Texte in Anführungszeichen nehmen, z.B. „wahr“ bzw. „falsch“.
Die Funktion **WENN** hat den formalen Aufbau
WENN (logische Bedingung ; Ja-Ausdruck ; Nein-Ausdruck)
Die log. Funktion **UND** hat den Aufbau UND(log.Wert 1; log.Wert 2; ...; log.Wert n) und liefert nur den Wert *wahr*, wenn alle logischen Werte *wahr* sind.
Die log. Funktion **ODER** hat den Aufbau ODER(log.Wert 1; log.Wert 2; ...; log.Wert n) und liefert nur den Wert *falsch*, wenn alle logischen Werte *falsch* sind.

In manchen Berechnungen berücksichtigt Excel **fehlende Werte**, in vielen dagegen nicht. Fehlende Werte sind nicht eingetippte oder nicht berechnete Werte, d.h. leere Felder.
Beispiel Summe:

	A	B	C	D	E	F	G		I
Z1	2	7		4					13

Selektiere *I1* und tippe ein
=summe(*sel.A1:G1***) Enter**

Trotz 4 fehlender Werte wird von Excel die Summe auf I1 richtig berechnet.

Mit der Funktion =**summewenn**(„wo suchen?“ ; „was suchen?“ ; „was summieren?) lassen sich gut Daten aus anderen Tabellenblättern zusammensuchen, aber auch Listenabgleiche auf Vollständigkeit durchführen. In Tabelle1 befindet sich eine Kundenliste. In Tabelle2 eine Bestellliste. Die Bestellsummen sollen in Tabelle1 für jeden Kunden addiert werden. Zuvor soll geprüft werden, ob alle Kunden aus der Bestellliste auch in der Kundenliste vorhanden sind. Tippe in Zelle C2 von Tabelle2 den Befehl =summewenn(Tabelle1!B:B; A2; Tabelle1!A:A) und ziehe ihn bis C8.

	A	B	C
Z1	KdnNr	Kunde	Summe
Z2	678901	Gordon	
Z3	456789	Alba	
Z4	890123	Zuse	
Z5	789012	Wedler	

Tabelle1

	A	B	C
Z1	Kunde	Bestellung	Hilfsspalte
Z2	Alba	127	456789
Z3	Gordon	84	678901
Z4	Wedler	216	789012
Z5	**Dante**	**56**	**0**
Z6	Alba	89	456789
Z7	Alba	72	456789
Z8	**Dante**	**63**	**0**

Tabelle2

Der Kunde aus Tabelle2 wird in Tabelle 1 gesucht. Wird er dort gefunden, wird in der Hilfsspalte C seine Kundennummer aufgelistet. Steht dort eine Null, dann gibt es diesen Kunden noch nicht in Tabelle 1, und er muss dort mit seiner Kundennummer zugefügt werden (Kunde Dante z.B. mit Kundennummer 567890). Jetzt können wir summieren. Dazu tippen Sie den Befehl =summewenn(Tabelle2!A:A; B2; Tabelle2!B:B) in die Zelle C2 von Tabelle1 ein und ziehen den Befehl bis Zeile 6. Dort erscheinen die Bestellsummen für alle Kunden. Kunde Zuse hatte diesmal nichts bestellt.

Schaut man sich erneut Tabelle 2 an, dann sieht man, dass inzwischen statt der Nullen zum Kunden Dante in Spalte C von Tabelle 2 dessen Kundennummer 567890 dort steht.

	A	B	C
Z1	KdnNr	Kunde	Summe
Z2	678901	Gordon	84
Z3	456789	Alba	288
Z4	890123	Zuse	0
Z5	789012	Wedler	216
Z6	567890	Dante	119

	A	B	C
Z1	Kunde	Bestellung	Hilfsspalte
Z2	Alba	127	456789
Z3	Gordon	84	678901
Z4	Wedler	216	789012
Z5	**Dante**	**56**	**567890**
Z6	Alba	89	456789
Z7	Alba	72	456789
Z8	**Dante**	**63**	**567890**

Aufgabe 1: Relationale Datenbanken (ACCESS ®)

Aufgabenstellung: Spielen Sie die Datenbank *Gruen* nach. Erweitern Sie die *Blattdaten* auf mindestens 10 Zeilen und exportieren Sie einen *Bericht* zu den Blattdaten als EXCEL-File.

Ergebnisse: Datenbank *Gruen*, ein File *Blattdaten.xls*

Literatur: Matthiessen & Unterstein, Addison-Wesley 1997

Vorteile von Datenbanken:
- Es gibt keine doppelt gespeicherten Information, so dass keine Abweichungen auftreten können, z.B. unterschiedliche Adressen eines Kunden
- Man kann wichtige Daten gegen versehentliches Löschen sperren
- Man hat zahlreiche Auswertemöglichkeiten (Kundenliste, Artikelliste, ...)

SQL (Structured Query Language) gestattet die Abfrage der Datenbank vollautomatisch aus anderen Programmen heraus, z.B. Kundenadressen für Serienbriefe in MS-Word.

1.1 Grundlagen einer relationalen Datenbank

Domänen sind den Typen in C vergleichbar:	CARDINAL	0, 1, 2, 3, ...
	NUMERIC	-3.14, 2.7119
	STRING	Senfgurke
	Datum	24.06.07
	....	....

Operationen auf Domänen:	Add, Mul, ...	auf CARDINAL
	Sin, Cos, ...	auf NUMERIC usw.

Definitionen sind den Zuweisungen vergleichbar:	Name	=	"Stein"
(werden auch *Tupel* genannt)	Größe	=	184 cm
	(*Bezeichner* ,		*Attribut*)

Ein **Relationen-Schema** ist die Eingabe-Maske oder der Tabellenaufbau aus Spaltenbezeichnern und Datentyp. Die Tabelle selbst wird **Relation** genannt.

Ein **Datenbank-Schema** besteht dann aus:
- einer Menge von Bezeichnern für Relationen (Liste der angelegten Tabellen)
- zu jeder Relation (Tabelle) das Relationen-Schema (der Tabellenaufbau)
- zu jeder Relation (Tabelle) Bedingungen (Schlüsselnummern)

Die Komponenten eines **Datenbanksystems** (DBS) sind:
- ein System zur Veränderung des Datenbank-Schemas selbst, falls das gewünscht wird
- Möglichkeiten der Dateimanipulation (Hinzufügen von Daten, Korrigieren, Löschen, ...)
- ein Reportgenerator für Listen, Tabelle, Auszüge, Statistiken, ...
- eine Zugriffssprache für Anwendungen aus anderen Programmen (SQL)

Weitere Begriffe:

Entität: Ein eindeutiges Objekt, z.B. eine Person oder ein KFZ oder ein Bestellschreiben
Abhängige Entität: Eindeutiges Teil einer Entität, z.B. eine Position einer Bestellung
Schlüssel: Eindeutige Nummerierung innerhalb einer Relation (in einer Tabelle), z.B. die Bestellnummer oder das Kfz-Kennzeichen.
Normalisierung: Daten treten nur einmal auf, z.B. Kundendaten (Name, Telefon, Adresse, ...) nur in der Kundenliste (Kundentabelle)

Relationenalgebra: Dient der Kombination und Auswahl von Zeilen aus Tabellen

$\times$	Kreuzprodukt	$(1, 3, 7) \times (A, y) = (1A, 1y, 3A, 3y, 7A, 7y)$

$\cup$	Vereinigung	$(1, 3, 7) \cup (2, 3) = (1, 2, 3, 7)$
$\cap$	Durchschnitt	$(1, 3, 7) \cap (2, 3) = (3)$
$\setminus$	Differenz	$(1, 3, 7) \setminus (2, 3) = (1, 7)$

1.2 Die Datenbank ACCESS ®

Literatur: Albrecht & Nicol, Microsoft Access, 2001

Access arbeitet mit Tabellen aus Zeilen und Spalten. Eine Zeile ist z.B. ein Artikel im Lager, Spalten sind z.B. Artikelnummer, Regal, Preis, Anzahl, ... Alle Tabellen zusammen bilden eine Datenbank.

Beispiel Datenbank **GRUEN** mit den 4 Tabellen und ihren jeweiligen Tabellenspalten

Gattung:	GNr,	GatBez,	BotanischerName			
Ernte:	ENr,	PflNr,	EDatum,	EOrt,	GNr	
Pfluecker:	PflNr,	Name,	Vorname,	Semester		
Blattdaten:	BlNr,	ENr,	LaengeMM,	BreiteMM,	Stachelzahl,	Gruenton

1.2.1 Wir wollen eine neue Datenbank mit Access 2010 erstellen:

-> Start -> alle Programme -> Microsoft Office -> Access -> Neue leere Datenbank -> Datenbank speichern als ***Gruen*** in Ihrem C1-Ordner
-> Erstellen -> Tabelle -> Spalten hinzufügen durch rechten Mausklick (Immer *Text* nehmen), Durch rechten Mausklick auf eine Tabellenspalte können wir die Spalte umbenennen.

ID	umbenennen in	GNr	
neue Spalte	umbenennen in	GatBez	usw.

Nach dem Umbenennen geben Sie gleich ein paar Daten ein. In der ersten Spalte geben Sie nichts ein. Die Schlüsselnummern dort werden automatisch vergeben. Nach der Eingabe haben Sie etwa die folgende Tabelle:

GNr	GatBez	BotanischerName
1	Liguster	Ligustrum ovalifolium
2	Buche	Fagus Sylvatica

Wir beenden die Eingabe mit einem Klick auf das × der Tabelle , antworten mit *Ja* auf die Frage „ *Speichern?*“ und benennen die Tabelle anschließend ***Gattung***.

1.2.2 Nach dem gleichen Schema legen wir die Tabellen *Pfluecker* an.

ID umbenennen PflNr. Dann weitere Textspalten einfügen und benennen.

ID	Nachname	Vorname	Semester
⇓	⇓	⇓	⇓

PflNr	Nachname	Vorname	Semester
1	Fleischer	Fips	A1
2	Last	James	B5

Wir beenden die Eingabe mit einem Klick auf das × der Tabelle, antworten mit *Ja* auf die Frage „ *Speichern?*“ und benennen die Tabelle anschließend ***Pfluecker*** .

1.2.3 Nach dem gleichen Schema legen wir die Tabelle *Blattdaten* an.

ID ⇓	ENr ⇓	LaengeMM ⇓	BreiteMM ⇓	Stachelzahl ⇓
BlNr	ENr	LaengeMM	BreiteMM	Stachelzahl
1	1	47	21	0
2	1	52	28	0

Wir beenden die Eingabe mit einem Klick auf das × der Tabelle, antworten mit *Ja* auf die Frage „ *Speichern?*“ und benennen die Tabelle anschließend ***Blattdaten*** . Wir wollen jetzt zusätzlich eine Spalte ***Gruenton*** mit fest vorgegebenen Eintragungen einfügen: -> Öffnen Blattdaten mit Doppelklick -> rechter Mausklick auf die letzte Spalte mit der Bezeichnung "*Neues Feld einfügen*" -> *Nachschlage und Beziehungen* anklicken -> "*selbst Werte eingeben*" anklicken -> weiter -> neben dem * beginnend untereinander die drei Grüntöne *hell*, *mittel*, *dunkel* eintippen -> weiter -> umbenennen der Spalte in ***Gruenton*** ->*Nur Listeneinträge* -> fertigstellen -> Klick auf das × der Tabelle. Wir öffnen die Tabelle ***Blattdaten*** erneut und legen in jeder Zeile einen Grünton fest, indem wir den PopUp-Pfeil der Zelle drücken und eine Auswahl treffen, z.B. *hell*.

1.2.4 Nach dem gleichen Schema legen wir die Tabellen *Ernte* an. Spalte *EDatum* legen wir nicht als *Text* an, sondern als *Datum und Uhrzeit*.

ID ⇓	PflNr ⇓	EDatum ⇓	EOrt ⇓	GNr ⇓
ENr	PflNr	EDatum	EOrt	GNr
1	1	24.11.09	Volksbank	1
2	1	12.12.09	Stadtpark	1

Wir beenden die Eingabe mit einem Klick auf das × der Tabelle , speichern und nennen unsere Tabelle ***Ernte*** .

1.2.5 Beziehungen zwischen den Tabellen festlegen:

Beziehungen legen fest, wie die einzelnen Tabellen miteinander verknüpft sind. Fast immer läuft die Verknüpfung über Schlüsselnummern. In unserer kleinen Datenbank haben wir die Schlüsselnummern ENr, GNr, PflNr, die für eine Verknüpfung der vier Tabellen sorgen.
-> Datenbanktools -> Beziehungen -> PopUp-Fenster -> für jede Tabelle *Hinzufügen* -> *Schließen* -> ENr in Tabelle *Blattdaten* klicken und nach ENr von Tabelle *Ernte* ziehen. Es erscheint das PopUp-Fenster „Beziehung bearbeiten“. Wir klicken auf den Button „*erstellen*“. Auf die gleiche Weise GNr mit GNr und PflNr mit PflNr verbinden. Jetzt sind die drei Tabellen *Blattdaten, Pfluecker* und *Gattung* jeweils mit der Tabelle *Ernte* verknüpft. Wir beenden die Eingabe mit einem Klick auf das × , speichern mit *Ja*.

1.2.6 Autobericht der Blattdaten: Tabelle *Blattdaten* anklicken -> Erstellen -> Bericht: Es erscheint der Bericht in Form einer Tabelle -> x drücken und speichern ja -> **externe Daten** -> Excel -> Pfadnamen auf X-Platte legen und Ordner C1 -> OK.

Wir schauen uns den Bericht mit Hilfe von Excel an. Wir löschen die erste Zeile mit dem Datum und schieben die Spalten eng zusammen.

Ihre Aufgabe Datenbank *Gruen* in ACCESS:

Sie legen nach der obigen Anleitung in Access eine Datenbank *Gruen* an, aber mit etwas mehr erfundenen Blattdaten als im Beispiel (10 Zeilen in der Tabelle Blattdaten).
Ligusterblätter ohne Stiel sind etwa 30 - 60 mm lang und 10 - 25 mm breit.
Buchenblätter ohne Stiel sind etwa 60 - 90 mm lang und 40 - 70 mm breit.

Als Ergebnis Ihrer Access-Sitzung haben Sie einen **Excel-Bericht** als Beweis, dass Sie mit Access gearbeitet haben.

<table>
<tr><th colspan="4"><h1>Aufgabe 2: EXCEL als Datenbank</h1></th></tr>
<tr><td colspan="4">Aufgabe 2a: Spielen Sie die EXCEL-Datenbank Bestellungen nach. Erweitern Sie alle 3 Tabellen (Bestellliste, Kundenadressen und Artikelliste) , wobei Sie aber auf das Wiederauftreten der Kundennummern und Artikelnummern aus der Bestellliste achten müssen. Außerdem sollten mindestens 3 Adressen nach dem Filtern übrig bleiben.
Aufgabe 2b: Filtern Sie die Kundenadressen nach der Postleitzahl (siehe Ihre Gruppe) auf der neuen Tabelle 4 und erzeugen Sie mit diesen Kundenadressen Serienbriefe, die Sie in ihre Hausarbeit kopieren.</td></tr>
<tr><td>Gruppe 8-16
Filtern PLZ 77…</td><td>Gruppe 17-25
Filtern PLZ 79…</td><td>Gruppe 26-34
Filtern PLZ 80…</td><td>Gruppe 35, 36, 1-7
Filtern PLZ 81…</td></tr>
<tr><td colspan="4">Ergebnisse: EXCEL-Datenbank Bestellungen , eine gefilterte Adressdatei als Tabelle 4 und ein Kapitel Serienbriefe im File Hausarbeit.doc</td></tr>
</table>

Aufgabe 2a: Excel als Datenbank *Bestellungen*

Für einfachere Aufgaben kann Excel gut als Datenbank verwendet werden, z.B. für Adressdateien (Serienbriefe, Rechnungslegung) oder für Versuchsdaten, die direkt aus der Messapparatur übertragen werden. Wichtig: Alle Tabellen in einer Mappe anlegen.

Beispiel Datenbank *Bestellungen* (Mappe *Bestellungen***)**

Arbeitet man mit Schlüsselnummern, die später eventuell das Filtern oder den Export der Daten in andere Auswerteprogramme erleichtern, dann legt man irgendwo, z.B. in Tabelle1, kleine Informationstabellen an, in denen die Schlüsselnummern erklärt werden. Sehr oft aber erklären sich die Nummern selbst, z.B. PLZ als Postleitzahl oder ARTIKELNR als Artikelnummer. Die eigentlichen Daten bilden dann große, zusammenhängende Tabellen mit den Spaltenbezeichnungen in Zeile 1.

Tabelle1 enthält hier in diesem Beispiel in den Spalten A-D die **Bestellliste**. Auftragsnummern-Kundennummernpaare dürfen mehrmals mehrfach auftreten, aber natürlich dürfen unterschiedliche Kunden denselben Artikel bestellen. Die Liste kann unsortiert sein.

A	B	C	D
Auftragsnr	Kundennr	Stückzahl	Artikelnr
17	723419	10	2774
29	444321	20	3112
11	135246	10	3115
144	654321	5	718
13	723419	1000	1122
55	135246	200	1125
882	887766	50	3211
726	654321	33	6352
334	444321	150	7150
123	444321	200	2000

Tabelle2 enthält in den Spalten A-G die **Kundenadressen**. Zu jeder Kundennummer existiert eine Adresszeile. Diese Tabelle muss für die spätere Suche mit der VERWEIS-Funktion aufsteigend nach den Kundennummern sortiert sein.

A	B	C	D	E	F	G
Kundennr	Titel	Name	Vorname	Adresse	PLZ	Ort
135246	Firma	Meyer		Münzgasse	77123	Ingen
444321	Herr	Götz	Joachim	Steinkirch	78056	VS-Schwenn
654321	Frau	Jauch	Daniela	Keplerstrasse	79435	Sengen
723419	Firma	Wankel		Ilmweg	44331	Hubersbach
887766	Firma	Zeder		Ebertstrasse	20111	Hamburg

Tabelle3 enthält in den Spalten A-C die **Artikelliste**. Diese Tabelle muss aufsteigend nach den Artikelnummern sortiert sein.

A	B	C
Artikelnr	Artikelbezeichnung	Preis
717	SV-Kabel	17,35
718	PT-Kabel	19,24
1120	A-Receiver	124,5
1121	B-Receiver	144,23
1122	z-Kabel	16,66
1125	D-Buchse	25
2000	E-Buchse	32,16
2001	Konverter	56,21
2002	CD-Laufwerk	100,5
2774	Antenne	96,4
3112	Schüssel-3	77,21
3113	Schüssel-4	92
3114	Multiplexer	132,5
3115	Doppelstecker	32,75
3211	PC-Gehäuse	69,99
6352	Lüfter	9,99
7150	Netzteil-4	114,99

Zum Aufgabenteil 2a:

Erweitern Sie Tabelle2 (Kundenadressen) um 3 Kunden, einen Mann, eine Frau und eine Firma mit den Kundennummern 234321, 567654, 789876. Die anderen Angaben erfinden Sie. Nehmen Sie solche Postleitzahlen, die Ihrer Aufgabe entsprechen. Sortieren Sie die Tabelle2 nach den Kundennummern.
Erweitern Sie die Tabelle3 (Artikelliste) um einen USB-Verteiler mit Artikelnummer 2233 und Preis 12,45 Euro. Sortieren Sie die Tabelle nach den Artikelnummern.
Erweitern Sie die Tabelle1 (Bestellliste) um 5 Bestellungen dieser neu eingefügten Kunden, wobei ein neuer Kunde den USB-Verteiler nimmt.

Erzeugen Sie in Tabelle1 zusätzlich zu den vorhandenen Spalten A-D die neuen Spalten F-J, indem Sie mittels der Funktion VERWEIS die richtigen Daten aus Tabelle 2 und Tabelle 3 heranschaffen und dann Betrag = Stückzahl*Preis berechnen. Zuerst tippen Sie die 5 neuen Spaltenbezeichnungen in die Felder F1-J1 ein (siehe unten). Dann tippen Sie in Feld F2 folgende Formel ein: *=VERWEIS(B2;Tabelle2!A:A;Tabelle2!B:B)*

Achtung: im Openoffice *=VERWEIS(B2;Tabelle2**.**A$**2**:A$**100**;Tabelle2**.**B$**2**:B$**100**)*

und ziehen F2 nach unten. *B2* zeigt in dieser Formel auf die Kundennummer. *Tabelle2!A:A* zeigt auf die Spalte der Kundennummern in Tabelle 2, in der die Nummer aus Feld *B2* gesucht werden soll. *Tabelle2!B:B* zeigt auf die Spalte *Titel*, aus der der Titel dieses Kunden geholt wird, wenn die richtige Zeile gefunden wurde.

In Feld G2 liefert *=VERWEIS(B2;Tabelle2!A:A;Tabelle2!C:C)* den Namen des Kunden.
In Feld H2 liefert *=VERWEIS(D2;Tabelle3!A:A;Tabelle3!B:B)* die Artikelbezeichnung.
In Feld I2 liefert *=VERWEIS(D2;Tabelle3!A:A;Tabelle3!C:C)* den Preis.
In Feld J2 liefert =C2*I2 den Betrag.

Alle 4 Felder ziehen Sie ebenfalls nach unten bis zum Listenende. Es entsteht folgendes Bild:

F	G	H	I	J
Titel	Name	Artikelbez	Preis	Betrag
Firma	Wankel	Antenne	96,4	964
Herr	Götz	Schüssel-3	77,21	1544,2
Firma	Meyer	Doppelstecker	32,75	327,5
Frau	Jauch	PT-Kabel	19,24	96,2
Firma	Wankel	z-Kabel	16,66	16660
Firma	Meyer	D-Buchse	25	5000
Firma	Zeder	PC-Gehäuse	69,99	3499,5
Frau	Jauch	Lüfter	9,99	329,67
Herr	Götz	Netzteil-4	114,99	17248,5
Herr	Götz	E-Buchse	32,16	6432

Herstellung einer aufsteigend sortierten Liste von Kundennamen in Spalte **K**, wobei jeder Kundenname jedoch nur einmal auftreten soll.

- In Spalte G Überschrift und alle Namen markieren und mit einer Zeile Abstand zu den schon vorhandenen Daten in Spalte A kopieren (nur Werte kopieren)
- Die neu kopierten Werte in Spalte A markieren und Menüpunkt *Daten* anklicken
- *Filtern erweitert* (Spezialfilter) anklicken. Ein Pop-Up-Menü erscheint
- *an neue Stelle kopieren* anklicken, Zeile *kopieren nach* anklicken, Zelle K1 anklicken
- Kontrollkästchen *keine Duplikate* anklicken
- ***OK*** (es erscheint die unsortierte Namensliste ohne Duplikate auf Spalte K)
- Spalte K markieren (d.h. einfach oben das *K* anklicken)
- Menüpunkt *Daten* anklicken, Menüpunkt *Sortieren* anklicken

- *Mit Überschrift* anklicken, *Sortieren* anklicken, O.K.

Auf Feld L1 soll die Summe der Beträge aus Spalte J erscheinen: Sie tippen auf Feld L1 die Formel ein: =SUMME(J:J) Die Spalten K und L sollten jetzt etwa so aussehen:

K	L
Name	52101,57
Götz	
Jauch	
Meyer	
Wankel	
Zeder	

Aufgabe 2b: Adressliste filtern und Serienbrief mit WORD

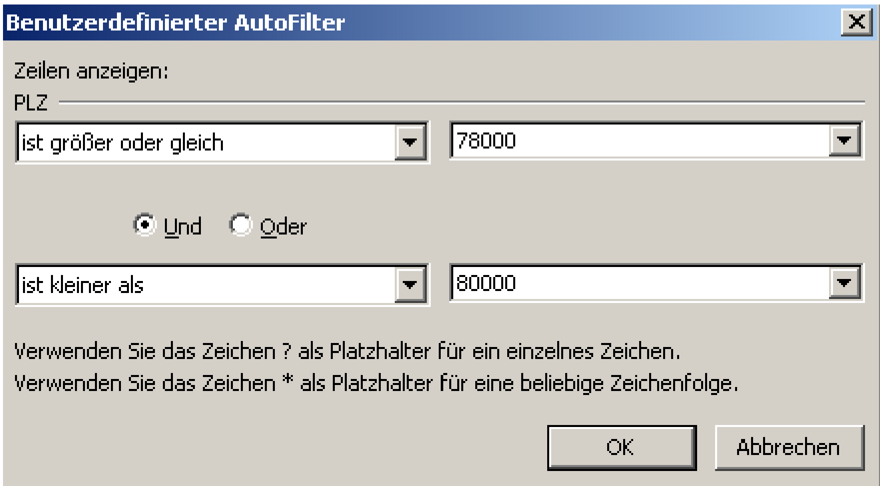
Sie legen als Tabelle 4 (Mappe 4) eine gefilterte Adressenliste an ohne Kundennummern. Fügen Sie zuerst Tabelle 4 ein (Einfügen Tabellenblatt). Kopieren Sie die Daten aus den Spalten B-G aus Tabelle 2 auf die Spalten A-F von Tabelle 4.

A	B	C	D	E	F	G
Titel	Name	Vorname	Adresse	PLZ	Ort	
Firma	Meyer		Münzgasse	77123	Ingen	
Herr	Götz	Joachim	Steinkirch	78056	VS-Schwenn	
Frau	Jauch	Anita	Keplerstrasse	79435	Sengen	
Firma	Wankel		Ilmweg	44331	Hubersbach	
Firma	Zeder		Ebertstrasse	20111	Hamburg	

Erzeugen Sie in Spalte G eine Spalte **pers.Anrede** . Tippen Sie in G1 ein *pers.Anrede* .
Tippen Sie in G2 ein =WENN(A2="Herr";VERKETTEN("Sehr geehrter Herr ";B2); WENN(A2="Frau";VERKETTEN("Sehr geehrte Frau ";B2);"Sehr geehrte Damen und Herren"))
Ziehen Sie das Feld G2 nach unten bis zum Tabellenende. In Zeilen, in denen der Titel *Herr* steht, muss in der G-Spalte *Sehr geehrter Herr* und der Name des Kunden erscheinen, beim Titel *Frau* die persönliche Anrede *Sehr geehrte Frau* und der Name, und bei Titel *Firma* die allgemeine Anrede *Sehr geehrte Damen und Herren* ohne weitere Namensnennung.

Filtern Sie jetzt die Tabelle 4 nach Postleitzahlen. Hier im Beispiel werden alle Adressen mit Postleitzahlen zwischen 78000 und 79999 ausgewählt.

1. Zuerst selektieren Sie mit der Maus ihre gesamte Tabelle mit den Überschriften
2. Menüpunkt *Daten*, dort *Autofilter*. Es erscheinen kleine Popup-Pfeile in den Spalten.
3. Den Popup-Pfeil in Spalte E anklicken (Postleitzahlen) und dann *benutzerdefiniert*.
4. Das benutzerdefinierte Autofilter-Fenster nach Ihrer Aufgabe ausfüllen und *OK*.



Ihre Tabelle 4 müsste jetzt etwa dieses Aussehen haben:

A	B	C	D	E	F	G
Titel	Name	Vorname	Adresse	PLZ	Ort	pers.Anrede
Herr	Götz	Joachim	Steinkirch	78056	VS-Schwenn	Sehr geehrter Herr Götz
Frau	Jauch	Anita	Keplerstrasse	79435	Sengen	Sehr geehrte Frau Jauch

Starten Sie WORD → Sendungen → Seriendruck → Briefe → Empfänger auswählen → Vorhandene Liste (Sie geben Ihre Adressliste, Tabelle 4 an) → Empfängerliste bearbeiten → Datensätze filtern → Filtern Sie so, dass die logische Auswahl *Titel gleich Herr oder Titel gleich Frau* in der kleinen Tabelle zu lesen ist → OK →
Sie beginnen jetzt den eigentlichen Brief → Adressblock (Falls es mit dem Adressblock klappt, verwenden Sie den Button *Seriendruckfelder einfügen*und basteln sich den Adressblock selbst zusammen) → 3 Zeilen tiefer fügen Sie das Seriendruckfeld *pers.Anrede* ein, dahinter ein Ausrufezeichen eintippen. Weiter rechts in der Zeile schreiben Sie *Schwenningen, den* und machen → Einfügen →Datum und Uhrzeit.

Darunter kommt der Brieftext, der theoretisch weitere Seriendruckfelder enthalten darf. Hier im Beispiel sind keine weiteren enthalten. Die veränderlichen Seriendruckfelder sind hier zur besseren Ansicht grau unterlegt. Der Adressblock besteht hier aus 3 Zeilen.

Joachim Götz
Steinkirch
78056 VS-Schwenn

Sehr geehrter Herr Götz ! Schwenningen, den 29. März 2010

Wir möchten Ihnen mitteilen, dass wir unseren Treuekunden ab sofort einen Sonderrabatt von 3% gewähren.

Ihre Kundenberaterin Daniela Musterfrau

→ Vorschau Ergebnisse → Fertigstellen und zusammenführen →Einzelne Dokumente bearbeiten. Es wird eine Datei erzeugt, die **alle** Briefe enthält. Sie haben jetzt die Möglichkeit, jeden Brief zu lesen und kleine Änderungen zu machen. Sie drucken die Briefe jedoch nicht, sondern unter der Überschrift *Aufgabe 2: Adressdatenbank in Excel und Serienbrief mit WORD* kopieren Sie ihre Adressliste (Tabelle 4) aus der Excel-Tabelle in die Hausarbeit und drei Briefe mit unterschiedlichen Adressaten als Beweis für Ihre Bemühungen.

Aufgabe 3: Versuchsfehler und Fehlerfortpflanzung
Aufgabe: Berechnen Sie Erwartungswert und Fehler der Gesamtmasse eines gegebenen Körpers. Die Art des Körpers hängt von Ihrer Gruppennummer ab (siehe weiter unten).
Ergebnisse: EXCEL-Mappe *Aufgabe3.xls* mit Daten, Berechnungen und Ergebnissen, eine Zeichnung Ihres geometrischen Körpers in der *Hausarbeit.doc*

Zuerst etwas Allgemeines über Fehler. Es gibt zwei Arten von Fehlern:

1. Zufällige Fehler, auch stochastische Fehler genannt. Wird eine Messung unter gleichen Bedingungen mehrmals wiederholt, dann treten kleine, zufällige Abweichungen auf, die man nicht verhindern kann. Ursachen sind wechselnde zufällige Einflüsse von außen, Ableseungenauigkeiten, Rundungseffekte usw.
2. Systematische Fehler sind nur durch Vergleichsmessungen mit einem anderen Gerät oder durch Messung eines geeichten Normals erkennbar. Mehrfachmessung bringt nichts. Z.B. könnte man eine Analysenwaage mit einem geeichten Gewichtssatz überprüfen (Vorsicht! Gewichte nur mit der Pinzette anfassen – Fettfinger!).

Sehen wir von systematischen Fehlern ab, dann variieren Messwerte aus vielerlei Gründen:

1. Ungenauigkeiten des Messvorgangs selbst, verursacht durch zufällige Störungen, ungenaues Arbeiten, ungenaues Ablesen oder Schwankungen im Messgerät. Diesen Fehler erkennen wir, wenn wir ein und dasselbe Objekt mehrfach messen.
2. Variation der Messobjekte selbst. So ist nicht eine Laborratte wie die andere, sondern sie zeigen individuelle Abweichungen, deren mittlere Größe als Standardabweichung σ (sigma) der Population bezeichnet wird.
3. Variation der Messobjekte im Laufe eines Prozesses (z.B. wachsen Ratten mit der Zeit). Diese Variation wird hier nicht untersucht, sondern ist Gegenstand der Regressionsanalyse oder einer Prozessanalyse.

Eine **Grundgesamtheit** (auch Population genannt) wird in erster Linie durch **Mittelwert μ** und **Standardabweichung σ** beschrieben. Da Populationen im Prinzip sehr viele Objekte (Ratten, Personen usw.) enthalten können, sind wir auf Schätzungen von μ und σ angewiesen. Wir können prinzipiell unmöglich alle Daten erfassen, zumal Populationen sich auch ständig verändern.
Eine gewisse Anzahl **n** an Messungen bzw. Beobachtungen bilden eine **Stichprobe** vom Umfang n. Aus der Stichprobe kann man μ und σ der Grundgesamtheit (der Population) schätzen. Beispiel: Man wiegt n = 10 Laborratten. Die n = 10 Gewichtswerte bilden eine Stichprobe vom Umfang n = 10. Wir können daraus einen Schätzwert für das mittlere Gewicht der *Deutschen Laborratte* bilden, d.h. für die Population aller in Deutschland lebenden Laborratten. Da 10 Messwerte nicht sehr viel sind, ist unsere Schätzung entsprechend ungenau.

Merke: Aus einer Stichprobe schätzt man die Parameter μ und σ einer Grundgesamtheit

Das **Stichprobenmittel** $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ schätzt das unbekannte Mittel **μ** der Grundgesamtheit aus den **n** Messwerten $x_1, x_2, \ldots, x_n$ einer Stichprobe

Die **Standardabweichung** $\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ schätzt die unbekannte Standardabweichung **σ** der Grundgesamtheit, d.h. die Streuung der Einzelwerte um das Mittel μ. Sigma (σ_{n-1}) ist kein Fehler, sondern die natürliche Streuung der Objekte in der Population. Nur in der industriellen Fertigung, wo ein Stück wie das andere aussehen sollte, wird σ als Fertigungsfehler verstanden (Qualitätskontrolle).

Der **Fehler des Mittelwerts** $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$ schätzt die Genauigkeit unserer Mittelwertschätzung, und heißt auch **Versuchsfehler** oder Genauigkeit. Wir geben ihn in der Form

$$\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$$

an, z.B. das mittlere Gewicht der Deutschen Laborratte beträgt nach unserer Schätzung 232,6 ± 5,7 [g]. D.h., das mittlere Gewicht ist nicht genau bekannt, sondern nur auf ± 5,7 [g]. Würden wir n=100 Ratten wiegen statt nur n=10, dann bekämen wir einen deutlich kleineren Versuchsfehler.

Von **Fehlerfortpflanzung** sprechen wir, wenn wir aus fehlerbehafteten Größen, z.B. a, b, c, … nach einer vorliegenden Formel eine neue Größe, z.B. z, berechnen. Natürlich ist dann auch z mit einem Fehler behaftet. Beispiel: Die Fallzeit **t** eines Gegenstands ohne Berücksichtigung des Luftwiderstands hängt von der Fallhöhe **s** und der Erdbeschleunigung **g** ab.

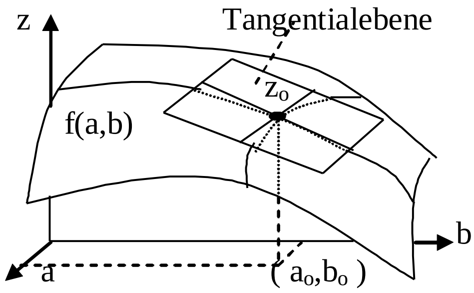
$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

Wir nehmen an, wir hätten die Fallhöhe von s = 0,80 [m] auf einen Millimeter genau vermessen. Die Erdbeschleunigung kennen wir bis zur 2. Dezimalen, d.h. g = 9,81 [m/s^2]. D.h., wir haben eine Fallhöhe von s = 0,800 ± 0,001 und eine Erdbeschleunigung von g = 9,81 ± 0,005. Gesucht ist der Fehler σ_t der Fallzeit **t** als Folge der Fehler $\sigma_s = 0{,}001$ und $\sigma_g = 0{,}005$.

Das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz von Gauß: Gegeben sind die fehlerbehafteten Größen $a \pm \sigma_a$, $b \pm \sigma_b$, $c \pm \sigma_c$, …, aus denen nach einer Formel z = f(a, b, c, …) eine neue Größe z berechnet wird. Dann ist der Fehler σ_z von z:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c}\right)^2 \sigma_c^2 + \ldots}$$

Dabei bezeichnet $\partial f / \partial a$ die **partielle Ableitung** der Funktion f(a,b,c,…) nach der Variablen a. Die partielle Ableitung wird nach denselben Rechenregeln berechnet, wie die Ableitung einer gewöhnlichen Funktion f(x) nach x. Wenn wir f(a,b,c,…) nach Variable a ableiten, werden alle anderen Größen, hier b, c, … wie Konstante behandelt. Ebenso, wenn wir f(a,b,c,…) nach der Variablen b ableiten, werden alle anderen Größen a, c, … wie Konstante behandelt, usw.

Legen wir eine Ebene (Tangentialebene) an den Punkt $z_o=f(a_o,b_o)$, und bewegen wir uns in a-Richtung auf der Tangentialebene, dann bewegen wir uns mit dem Anstieg $\partial f/\partial a$. Gehen wir jedoch in b-Richtung, bewegen wir uns mit dem Anstieg $\partial f/\partial b$. Die partiellen Ableitungen sind genau diese Anstiege.	

Enthält die Formel $z = f(a,b,c,\ldots)$ nur Multiplikationen, Divisionen und beliebige, auch negative oder gebrochene, Potenzen, z.B.

$$z = \frac{a^p b^q \ldots}{c^r d^s \ldots} \quad ,$$

dann gilt ein **vereinfachtes Fehlerfortpflanzungsgesetz**:

$$\sigma_z = z \cdot \sqrt{\left(\frac{p \cdot \sigma_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{q \cdot \sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{r \cdot \sigma_c}{c}\right)^2 + \ldots}$$

Ist **z** die Summe oder Differenz der Größen a, b, c, …, z.B. **z = a + b – c …**, dann wird es noch einfacher: Es gilt das **Fehlerfortpflanzungsgesetz einer Summe**:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 + \sigma_c^2 + \ldots..}$$

Es gibt aber auch Tücken. Z.B. hat das Volumen eines Würfels mit Kantenlänge a den Wert $V = a^3$. Das ist aber nur in der Theorie so. In der Praxis müssen wir jede Kante messen, denn jede Kante kann unterschiedlich gefertigt sein. Jetzt ist $V = a_1 a_2 a_3$ mit den 3 fehlerbehafteten Größen $a_1 \pm \sigma_{a1}$, $a_2 \pm \sigma_{a2}$, $a_3 \pm \sigma_{a3}$ und das vereinfachte Fehlerfortpflanzungsgesetz liefert den Fehler

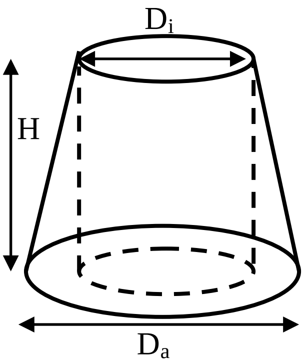
$$\sigma_V = V \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{a1}}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{a2}}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{a3}}{a_3}\right)^2} \; .$$

In Excel berechnen wir die partiellen Ableitungen numerisch, d.h., wir nähern die Differenzialquotienten durch Differenzenquotienten an. Wir programmieren die Formel $z = f(a, b, c, \ldots)$. Dann erhöhen wir Variable a um eine Winzigkeit Δa auf den Wert $a+\Delta a$. Dadurch verändert sich der Wert von z ebenfalls um eine Winzigkeit auf den Wert $z_a = f(a+\Delta a, b, c, \ldots)$. Wir bilden jetzt den Differenzenquotienten als Näherungswert für den partiellen Differenzialquotienten, d.h., als Näherungswert der partiellen Ableitung:

$$\frac{\Delta z}{\Delta a} = \frac{z_a - z}{\Delta a} \approx \frac{\partial z}{\partial a} \, .$$

Ebenso verfahren wir mit den anderen Variablen b, c, … Wir dürfen immer nur jeweils eine der Variablen erhöhen (nur a, dann nur b, dann nur c, usw.). Alle anderen Variablen müssen ihren ursprünglichen Wert behalten bzw. wieder auf ihren ursprünglichen Wert zurückgesetzt werden. Zum Schluss setzen wir die gefundenen Zahlenwerte der partiellen Ableitungen in die allgemeine Fehlerfortpflanzungsformel von Gauß ein und erhalten den Zahlenwert des Fehlers von z, d.h. das σ_z.

Als Beispiel berechnen wir den Erwartungswert **M** der Masse eines hohlen, d.h. innen aufgebohrten, Kegelstumpfs und den Fehler $\boldsymbol{\sigma_M}$ der berechneten Masse.



Innendurchmesser D_i	Außendurchmesser D_a	Höhe H
74,96	125,02	199,97
75,01	125,01	200,03
74,98	124,99	200,01

(alle Angaben in mm)

Dichte $\rho = 7825{,}2 \pm 1{,}3$ [Kg/m^3]

Gedachte Gesamthöhe:
$H_g = D_a H / (D_a - D_i)$
Höhe gedachte Spitze:
$H_{sp} = H_g - H$
Volumen gedachte Spitze:
$V_{sp} = \pi D_i^2 H_{sp} / 12$
Volumen Gesamtkegel:
$V_g = \pi D_a^2 H_g / 12$
Volumen Innenzylinder:
$V_Z = \pi D_i^2 H / 4$
Masse: $M = \rho(V_g - V_{sp} - V_Z)$

Wir haben für die Maße D_i, D_a und H je n = 3 Messwerte, die sich bei einer Ablesegenauigkeit mit geschätzten 1/100-tel Millimetern naturgemäß leicht unterscheiden. Wir wandeln die mm-Maße in Meter um, weil die Dichte in Kg/m^3 gegeben ist, und tippen die 3 mal 3 Werte in unser Excelblatt (siehe unten) ein und berechnen dann:

- mit Funktion =**MITTELWERT**(…) die Mittelwerte (Mittelwert der Dichte ist 7825,2 aus der Aufgabenstellung)
- mit der Funktion **=STABW**(…) die Standardabweichungen σ_{n-1}
- mit der Funktion =**Anzahl(…)** die Anzahlen n unserer Messwerte
- Aus σ_{n-1} und n berechnen wir den Versuchsfehler $\sigma_{\bar{x}} = \sigma_{n-1} / \sqrt{n}$ zu jeder fehlerbehafteten Größe, d.h., die **Fehler** von D_i , D_a und H. Für die Dichte setzen wir als Fehler $\sigma_\rho = 1{,}3$ aus der Aufgabenstellung ein
- Wir führen für alle Variablen den konstanten Deltafaktor **0,01** ein
- Wir berechnen die Variation, d.h. das **Delta**, nach der Formel *Fehler*Deltafaktor*
- Die **variierten Variablen** in Zeile 13 ergeben sich aus der Formel *Mittelwert+Delta*

	A	B	C	D	E	F
1	Fehlerrechnung					
2		frei	Di	Da	H	rho
3	Daten		0,07496	0,12502	0,19997	
4			0,07501	0,12501	0,20003	
5			0,07498	0,12499	0,20001	
6						
7	Mittelwerte		0,074983333	0,12500667	0,20000333	7825,2
8	Sigmas		2,51661E-05	1,5275E-05	3,0551E-05	
9	Anzahlen		3	3	3	
10	Fehler		1,45297E-05	8,8192E-06	1,7638E-05	1,3
11	Deltafaktor		0,01	0,01	0,01	0,01
12	Delta		1,45297E-07	8,8192E-08	1,7638E-07	0,013
13	Variierte Var.		0,074983479	0,12500675	0,20000351	7825,213
14						

Anschließend werden die Zwischenwerte Hg, Hsp, Vsp, Vg Vz und Endwert M auf den Zellen B16 bis B21 aus den Mittelwerten aus Zeile 7 berechnet. Alle Bezüge müssen fest sein (Dollarzeichen), damit wir die Zellen B16:B21 selektieren (mit der Maus markieren) und gemeinsam bis Spalte F ziehen können. Danach steht (in den Zeilen 16-21) in jeder Spalte erst einmal dieselbe Formel, wie in Spalte B.

Der schwierigste Teil steckt in den Zeilen 16 bis 21:
In Spalte B wurden die **Erwartungswerte** der Zwischengrößen und der Masse **M** berechnet. Hier ändern Sie nichts. In den Spalten C, D, E, F erfolgt jedoch die Berechnung der **variierten Werte**.

Gehen Sie in Spalte C und arbeiten Sie sich von oben nach unten durch die Zellen C16 bis C21:

- Finden Sie einen Spaltenbezug „**$B**…“, dann ändern Sie diesen in „**$C**...“. Die Zeilennummer bleibt, d.h., wir verwenden jetzt den **variierten** Zwischenwert aus Spalte C.
- Finden Sie den Spaltenbezug „**$C$7**“, dann ändern Sie ihn in „**$C$13**“, d.h. wir nehmen statt des originalen Mittelwerts aus Spalte C die variierte Variable aus Spalte C. (Die beiden Zeilennummern 7 und 13 können bei anderen Anwendungen natürlich anders lauten, denn sie hängen von der Anzahl n Ihrer Messwerte ab.)
- Alle anderslautenden Bezüge lassen Sie unverändert.

Jetzt gehen wir zur nächsten Spalte, d.h. Spalte D, und arbeiten uns wieder von oben nach unten durch die Zellen (hier in diesem Beispiel durch die Zellen D16 bis D21).
:

- Finden Sie einen Spaltenbezug „**$B**…“, dann ändern Sie diesen in „**$D**…“. Die Zeilennummer bleibt.
- Finden Sie den Spaltenbezug „**$D$7**“, dann ändern Sie ihn in „**$D$13**“.
- Alle anderslautenden Bezüge lassen Sie unverändert.

Dasselbe Spiel folgt für die Spalten E und F.

	A	B	C	D	E	F
14						
15		erwartet	Di variiert	Da variiert	H variiert	rho variiert
16	Hg	0,49980176	0,499803211	0,49980123	0,4998022	0,49980176
17	Hsp	0,29979843	0,299799878	0,2997979	0,29979869	0,29979843
18	Vsp	0,00044129	0,000441297	0,00044129	0,00044129	0,00044129
19	Vg	0,00204471	0,002044721	0,00204472	0,00204472	0,00204471
20	Vz	0,00088319	0,000883198	0,00088319	0,0008832	0,00088319
21	M	5,63591602	5,635905604	5,63592776	5,63592099	5,63592538
22						

Die Änderungen in den Zellen C16:F21 sind in der kombinierten Tabelle unten fett gedruckt.

In **Zeile 23** berechnen wir numerisch die partiellen Ableitungen nach der Formel ***(variierte Masse – erwartete Masse) / Delta*** Den Bezug auf die erwartete Masse müssen wir mit Dollarzeichen fixieren, damit er sich beim Ziehen nicht ändert.
In **Zeile 24** berechnen wir die Sigmaterme der allgemeinen Fehlerfortpflanzungsformel nach der Formel ***part. Ableitung² * Fehler²***
In **Zeile 25** erfolgt dann die Berechnung des Sigma, d.h. des Fehlers von M, nach der allgemeinen Fehlerfortpflanzung von Gauß.
In den **Zeilen 27 und 28** werden lediglich noch einmal die Werte der Masse M und des Fehlers kopiert und mit einer vernünftigen Anzahl an Dezimalstellen angezeigt.

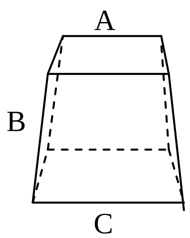
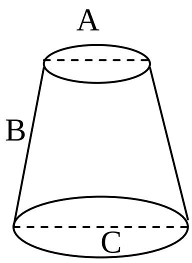
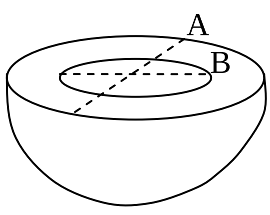
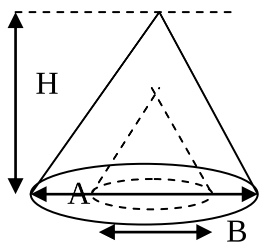
Die kombinierte Tabelle (Werte und grau unterlegte Formeln) folgt unten (“ →E“ bedeutet „Ziehen bis Spalte E“, “ →F“ „Ziehen bis F“ . Manchmal erstreckt sich eine Formel über zwei Zeilen oder die Fortsetzung der Formel steht in der Zelle daneben).

	Spalte A	Spalte B	Spalte C	Spalte D	Spalte E	Spalte F
1	Fehler- rechnung					
2		frei	Di	Da	H	rho
3	Daten		0,07496	0,12502	0,19997	
4			0,07501	0,12501	0,20003	
5			0,07498	0,12499	0,20001	
6						
7	Mittelwert		0,07498333 =Mittelwerte(	0,1250066 C3:C5) →E	0,2000033	7825,2
8	Sigma		2,5166E-05 =Stabw(C3:C5)	1,5275E-05 →E	3,0551E-05	
9	Anzahl		3 =Anzahl(C3:C5)	3 →E	3	
10	Fehler		1,4529E-05 =C8/Wurzel(C9)	8,8192E-06 →E	1,7638E-05	1,3
11	Deltafaktor		0,01	0,01	0,01	0,01
12	Delta		1,4529E-07 =C10*C11	8,8192E-08 →**F**	1,7638E-07	0,013
13	Variierte Var.		0,07498347 =C7+C12	0,1250067 →**F**	0,2000035	7825,213
14						
15		erwartet	Di variiert	Da variiert	H variiert	rho variiert
16	Hg	0,4998017 =$D$7*$E$7/ ($D$7-$C$7)	0,4998032 =$D$7*$E$7/ ($D$7-C**13**)	0,4998012 =D**13***$E$7/ (D**13**-$C$7)	0,4998022 =$D$7*E**13** /($D$7-$C$7)	0,49980176 =$D$7*$E$7/ ($D$7-$C$7)
17	Hsp	0,2997984 =$B$16-$E$7	0,2997998 =$**C**$16-$E$7	0,2997979 =$**D**$16-$E$7	0,2997986 =$**E**$16-E**13**	0,2997984 =$**F**$16-$E$7
18	Vsp	0,0004412 =PI()*$C$7^2 *$B$17/12	0,0004412 =PI()*C**13**^2 *$**C**$17/12	0,00044129 =PI()*$C$7^2 *$**D**$17/12	0,00044129 =PI()*$C$7^2 *$**E**$17/12	0,00044129 =PI()*$C$7^2 *$**F**$17/12
19	Vg	0,0020447 =PI()*$D$7^2 *$B$16/12	0,0020447 =PI()*$D$7^2 *$**C**$16/12	0,0020447 =PI()*D**13**^2 *$**D**$16/12	0,00204472 =PI()*$D$7^2 *$**E**$16/12	0,00204471 =PI()*$D$7^2 *$**F**$16/12
20	Vz	0,0008831 =PI()*$C$7^2 *$E$7/4	0,0008831 =PI()*C**13**^2 *$E$7/4	0,0008831 =PI()*$C$7^2 *$E$7/4	0,0008832 =PI()*$C$7^2 *E**13**/4	0,0008831 =PI()*$C$7^2 *$E$7/4
21	M	5,635916 =$F$7*($B$19- $B$18-$B$20)	5,635905 =$F$7*($**C**$19- $**C**$18-$**C**$20)	5,635927 =$F$7*($**D**$19- $**D**$18-$**D**$20)	5,635920 =$F$7*($**E**$19- $**E**$18-$**E**$20)	5,635925 =F**13***($**F**$19- $**F**$18-$**F**$20)
22						
23	part. Ab- leit.		-71,673406 =(C21- $B$21)	133,162007 /C12 →**F**	28,1791104	0,00072023
24	Sigmaterm		1,0844E-06 =C23^2*C10^2	1,3792E-06 →**F**	2,4704E-07	8,7665E-07
25	sigma	0,00189403 =Wurzel(Summe	(C24:F24))			
26						
27	Masse=	5,6359 =B21				
28	Fehler=	0,0019 =B25				

Ihre Aufgabe 3 Fehlerrechnung:

Die Excelaufgabe, die Sie zu lösen haben, unterscheidet sich leicht von Gruppe zu Gruppe. Es stehen 4 Varianten zur Verfügung. Die Gruppennummer **GNr**, unter der Sie sich bei mir ein-

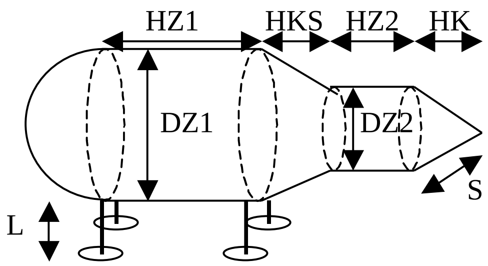
getragen haben, legt die zu wählende Variante fest. Der Lösungsweg wurde oben im Skript gezeigt. Sie bearbeiten Ihre Aufgabe auf möglichst ähnliche Art, aber Sie müssen den Lösungsweg ein wenig anpassen. ***Beachten Sie, dass in der Aufgabenstellung die Abmessungen in Millimeter gegeben sind, rechnen müssen Sie jedoch mit Meter.***
Gegeben sind geometrische Figuren mit fehlerbehafteten Maßangaben A, B, … und einer fehlerbehafteten Dichte ρ (rho). Machen Sie eine Zeichnung Ihres geometrischen Körpers und fügen Sie die Zeichnung in Ihre Hausarbeit (***WORD***) ein. Dann berechnen Sie zuerst die Versuchsfehler der Größen A, B, … aus den jeweils drei gegebenen Messwerten. Daraus ist in Spalte B über einige Zwischenschritte die Masse M und ihr Fehler σ_M zu berechnen. Benutzen Sie immer die allgemeine Fehlerfortpflanzung von Gauß, wie im Beispiel.

GNr 1, 2, 9, 10, 17, 18, 25,26,33 Masse eines regelmäßigen Pyramidenstumpfs mit den Kantenlängen A, B, C	GNr 3, 4, 11, 12, 19, 20, 27, 28,34 Masse eines regelmäßigen Kegelstumpfs mit den Durchmessern A und C und Mantellinie B	GNr 5, 6, 13, 14, 21, 22, 29, 30,35 Masse einer hohlen Halbkugel mit den beiden Durchmessern A und B	GNr 7, 8, 15, 16, 23, 24, 31,32,36 Masse eines hohlen Kegels mit Fußdurchmesser A, Innendurchmesser B, Höhe H
Formeln: Halbe Fußdiagonale $D = C/\sqrt{2}$ Einzug obere Ecke $E = (C-A)/\sqrt{2}$ Pyramidenstumpfhöhe $H_1 = \sqrt{B^2 - E^2}$ Gedachte Gesamthöhe H der Pyramide $H = (H_1 D) / E$ Höhe gedachte Spitze $H_2 = H - H_1$ Masse M des Stumpfs $M = \frac{\rho}{3}\left(C^2 H - A^2 H_2\right)$	Formeln: Radiendifferenz $D = (C-A)/2$ Stumpfhöhe $H_1 = \sqrt{B^2 - D^2}$ Gedachte Gesamthöhe H des Kegels $H = (H_1 C)/(2D)$ Höhe gedachte Spitze $H_2 = H - H_1$ Masse M des Stumpfs $M = \frac{\rho}{3}\left(C^2 H - A^2 H_2\right)$	Formeln: Volumen der äußeren Halbkugel $V_1 = \frac{2\pi A^3}{24}$ Volumen der inneren Halbkugel $V_2 = \frac{2\pi B^3}{24}$ Masse $M = \rho\left(V_1 - V_2\right)$	Formeln: Volumen des äußeren Kegels $V_1 = \frac{\pi A^2 H}{3 \cdot 4}$ Volumen des inneren Kegels (innere Höhe steckt in der Formel) $V_2 = \frac{\pi B^3 H}{3 \cdot A \cdot 4}$ Masse $M = \rho\left(V_1 - V_2\right)$
Messdaten in mm: A B C 554,9 725,1 600,2 555,1 724,8 599,7 555,3 725,0 599,9 Dichte [Kg/m^3] $\rho = 2654{,}2 \pm 1{,}92$	Messdaten in mm: A B C 554,7 725,2 600,1 555,3 724,9 599,9 555,1 725,1 599,6 Dichte [Kg/m^3] $\rho = 1822{,}2 \pm 2{,}73$	Messdaten in mm: A B 954,7 725,2 955,3 724,9 955,1 725,1 Dichte [Kg/m^3] $\rho = 1009{,}2 \pm 1{,}13$	Messdaten in mm: A B H 954,9 725,1 922,3 955,2 724,7 921,8 955,2 725,4 922,0 Dichte [Kg/m^3] $\rho = 1207{,}5 \pm 2{,}15$
 	 	 	

Aufgabe 4: Berechnung eines Behälters
Aufgabe: Von einem Behälter (Silo, Reaktor, Apparat, usw.) sollen Oberfläche, Volumen, Leermasse, Füllmasse und Gesamtmasse berechnet werden. Die Art des Behälters hängt von Ihrer Gruppennummer ab (siehe weiter unten).
Ergebnisse: EXCEL-Mappe *Aufgabe4.xls* mit Daten, Berechnungen und Ergebnissen, eine bemasste Zeichnung Ihres geometrischen Körpers in der *Hausarbeit.doc*

Von einem Behälter (Silo, Reaktor, Apparat, usw.) sollen Oberfläche, Volumen, Leermasse, Füllmasse und Gesamtmasse berechnet werden.
Die Leermasse ist das Stahlgewicht des Behälters: $M_L = A\ d\ \rho_S$.
Dabei ist A die Oberfläche, d die Blechdicke, ρ_S die Stahldichte.
Die Füllmasse ist $M_F = V\ \rho_F$.
Dabei ist V das Volumen und ρ_F die Dichte des Füllmaterials, z.B. Zement oder Wasser.
Die Behälter werden vollständig bis in die letzte Spitze befüllt.

Beispiel:

Reaktorgefäß für die Hydrierung von Alkenen Hz1 = Höhe Zylinder 1 HKS = Höhe Kegelstumpf HZ2 = Höhe Zylinder 2 HK = Höhe Kegel DZ1 = Durchmesser Zylinder 1 DZ2 = Durchmesser Zylinder 2 L = Stützenlänge S = Länge der Kegelmantellinie	

Einige Berechnungsformeln (In der folgenden Tabelle bedeuten Radius R = D/2, H=Höhe, Ru = unterer Radius, Ro = oberer Radius, Hks = Höhe Kegelstumpf, Hsp = Höhe der Spitze, Ssp = Mantellinie der Spitze)

Körper bzw. Fläche	Volumen	Fläche
Kreisscheibe		$A = \pi R^2$
Quader mit L, B, H	V = L B H	A = 2 (L B + L H + B H)
Kugel	$V = \frac{4\pi}{3} R^3$	$A = 4\pi R^2$
Zylinder	$V = \pi R^2 H$	$A = 2\pi R H$ (nur Mantel)
Kegel	$V = \frac{\pi}{3} R^2 H$	$A = \pi R S \quad mit \quad S = \sqrt{R^2 + H^2}$ (nur Mantelfläche)
Kegelstumpf Gegeben R_U, R_O, H_{KS} Hilfsgröße H_{SP} ist die Höhe der Spitze H=Gesamthöhe	$H_{SP} = \frac{R_O H_{KS}}{(R_U - R_O)}$ $H = H_{KS} + H_{SP}$ $V = \frac{\pi}{3}\left(R_U^2 H - R_O^2 H_{SP}\right)$	$S = \sqrt{R_U^2 + H^2}$ $S_{SP} = \sqrt{R_O^2 + H_{SP}^2}$ $A = \pi\left(R_U S - R_O S_{SP}\right)$ (nur Mantelfläche)

Es folgt die Exceltabelle. Einzige Berechnungsspalte ist hier Spalte B. Alles andere ist Kommentar.

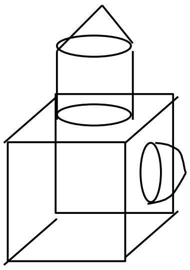
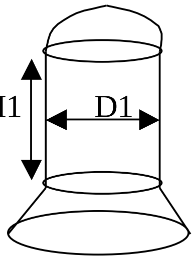
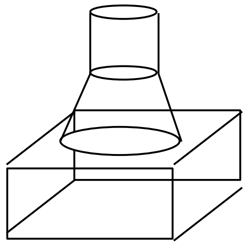
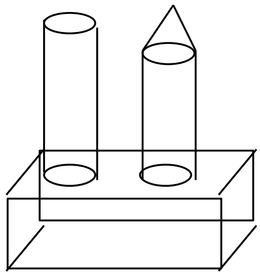
	A	B	C	D	E	
1						
2						
3	HZ1	5	Höhe des	Zyl 1		Eingabedaten
4	HKS	2	Höhe des	Kegelst.		
5	HZ2	3	Höhe des	Zyl 2		
6	HK	1,5	Höhe des	Kegels		
7	D1	3,5	Durchmes	Zyl 1		
8	D2	2	Durchmes	Zyl 2		
9	L	1,5	Länge	einer	Stütze	
10						
11	Rho_St	7840	Dichte	Stahl	Kg/m^3	Eingabedaten
12	d	0,008	Blech-	dicke	m	
13	Stützgw	78	Gewicht	Stütze	Kg/m	
14	Tellergw	7,5	Gewicht	Teller	Kg	
15	Rho_Fü	1050	Dichte	Füllung	Kg/m^3	

Ab hier erfolgen die Berechnungen. Die von Excel berechneten Zahlenwerte sind in der B-Spalte zu sehen. Die Formeln, die erst beim Anklicken der Zelle sichtbar werden, sind hier im Skript ganz rechts zu sehen. (Abkürzungen: KS = Kegelstumpf, Sp = Spitze)

16						Hier in dieser Spalte stehen die Formeln aus der B-Spalte
17	R1	1,75	Radius	Zu D1		=B7/2
18	R2	1	Radius	Zu D2		=B8/2
19						
20	AHK	19,24	Fläche	Halb-	kugel	=2*PI()*B17^2
21	VHK	11,22	Volumen	Halb-	kugel	=2*PI()*B17^3/3
22	AZ1	54,98	Fläche	Zyl 1		=PI()*B7*B3
23	VZ1	48,11	Volumen	Zyl 1		=PI()*B17^2*B3
24	HSP	2,6667	Höhe	Spitze	KS	=B18*B4/(B17-B18)
25	H	4,1667	Höhe KS	plus	Spitze	=B6+B24
26	S	4,5192	Mantel-	Linie	KS+Sp	=wurzel(B17^2+B25^2)
27	SSP	2,8480	Mantel-	Linie	Sp KS	=wurzel(B18^2+B24^2)
28	AKS	15,899	Fläche	Kegel-	stumpf	=PI()*(B17*B26-B18*B27)
29	VKS	10,570	Volumen	Kegel-	stumpf	=PI()*(B17^2*B25-B18^2*B27)/3
30	AZ2	18,850	Fläche	Zyl 2		=PI()*B8*B5
31	VZ2	9,4248	Volumen	Zyl 2		=PI()*B18^2*B5
32	SK	1,8028	Mantel-	Linie	Kegel	=wurzel(B18^2+B6^2)
33	AK	5,6636	Fläche	Kegel		=PI()*B18*B32
34	VK	1,5708	Volumen	Kegel		=PI()*B18^2*B6/3
35						
36	Ages	114,63	Gesamt-	fläche		=B20+B22+B28+B30+B33
37	Vges	80,896	Gesamt-	volumen		=B21+B23+B29+B31+B34
38	MStütz	498	Masse	Stützen+	Teller	=4*(B9*B13+B14)
39	Mleer	7687,7	Leer-	masse		=B11*B36*B12+B38

40	Mfüll	84941	Masse	Füllung		=B37*B15
41	Mges	92629	Gesamt-	masse		=B39+B40

Ihre Aufgabe Behälter: Sie entnehmen nach Gruppennummer GNr Ihre Vorlage

GNr 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33 Kegel, Zylinder, Kubus, Halbkugel	GNr 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34 Halbkugel, Zylinder, Kegel ohne Spitze	GNr 3, 7, 11, 19, 23, 27, 31, 35 Zylinder, Kegel ohne Spitze, Quader	GNr 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36 Kegel, Zylinder, Quader
			

a) Konstruieren Sie Ihren Behälter, indem Sie die verlangten geometrische Formen, wie Quader, Kugel, Halbkugel, Zylinder, Kegel usw. benutzen. Bemaßen Sie ihre Konstruktion mit Buchstaben, wie es im 2. Behälter angedeutet wird. Machen Sie mit einem beliebigen Zeichenprogramm eine Abbildung mit dieser Bemaßung. Notfalls scannen Sie eine Handskizze ein oder fügen ein Foto ihrer Skizze ein. Diese Abbildung muss in keiner Weise maßstabgetreu sein, sondern soll lediglich als Konstruktionsskizze verstanden werden. Fügen Sie das Bild in das rechte Feld einer 2-spaltigen Tabelle in Ihrer Hausarbeit ein. In das linke Feld schreiben Sie etwas über den Bestimmungszweck Ihrer Konstruktion, z.B. „Zementsilo auf einer Baustelle" oder „Abkühlbehälter für Kochwurst" und erklären Sie die Maße, z.B. *H1=Höhe des Zylinders, D1=Durchmesser des Zylinders*. Die Zahlenwerte selbst legen Sie erst in der EXCEL-Mappe fest.

b) Bauen Sie eine Exceltabelle auf, die den Rauminhalt **V** und die Oberfläche **A** Ihrer Konstruktion berechnet. Benennen Sie alle Zahlen und weisen Sie ihnen sinnvolle Werte zu. Bringen Sie durch helle Hintergrundfärbung Struktur in die Tabelle, zum Beispiel Eingabefelder hellgrün, Kommentare weiß, Ergebnisse hellgelb.

c) Besorgen Sie sich die Dichten von Portlandzement, Weizen, Gips, und Kies. Schreiben Sie diese Dichten in Ihre Heimarbeit. Berechnen Sie mit dem Volumen **V** und einer der Dichten die Masse der Füllung. Besorgen Sie sich die Dichte ρ von Baustahl und berechnen Sie mit einer angenommenen Materialdicke **d** (z.B. 0,005) und der Oberfläche **A** die Leermasse ihrer Konstruktion (Leermasse = A d ρ). Berechnen Sie die maximale Gesamtmasse.

d) Machen Sie dieselben Berechnungen mit dem Taschenrechner und geben Sie diese Werte unter der Überschrift „Kontrollrechnung mit dem Taschenrechner" unter der Exceltabelle in die Heimarbeit ein (Grund: Ein Ingenieur muss in der Praxis für seine Berechnungen gerade stehen, deshalb Kontrollrechnung bei eigenen Formeln üben.)

Aufgabe 5: Wärmeverbrauch eines Hauses

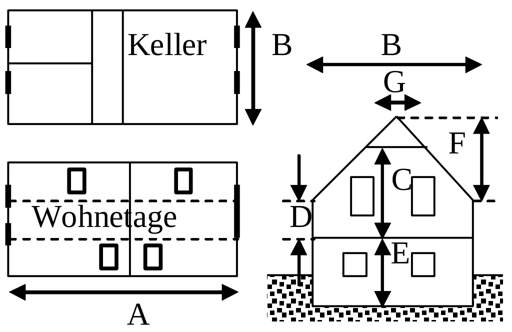
Aufgabe: Die Heizkosten für ein Jahr sind in Euro zu berechnen. Wichtige Zwischenwerte sind der Wärmestrom in Watt, die Kilowattstunden pro Jahr und die Literzahl für das Heizöl. Die Art des Hauses hängt von Ihrer Gruppennummer ab (siehe weiter unten).

Ergebnisse: EXCEL-Mappe *Aufgabe5.xls* mit Daten, Berechnungen und Ergebnissen, eine bemasste Zeichnung Ihres Hauses in der *Hausarbeit.doc*

Der Wärmeverbrauch eines Hauses lässt sich grob berechnen, wenn man die Maße des Hauses hat, die Innen- und Außentemperatur sowie die Wärmedurchgangszahlen (U-Werte) für das Mauerwerk, die Fenster und die Türen. Nicht berücksichtigt werden hier in dieser Berechnung der Luftaustausch, Windeinflüsse und die Bereitstellung von Warmwasser.

Unterkellertes Siedlungshaus

A=10 m	Länge des Hauses
B=6 m	Breite des Hauses
C=2,40 m	Deckenhöhe Wohnetage
D=0,90 m	Kniestock
E=2,10 m	Deckenhöhe im Keller
F=3,50 m	Dachhöhe ab Kniestock
Keller	4 Fenster a 0,8 m^2
Wohnetage	6 Fenster a 1,2 m^2, 1 Fenster 2 m^2
	2 Außentüren a 2,1 m^2



Wir benennen die Maße der Geschosse mit Buchstaben, z.B. A, B, ...,E. Im Haus herrscht eine Temperatur von 22°C, auch im Keller. Das Spitzdach hat Außentemperatur. Die Außentemperatur sei im Jahresmittel 9°C.
Der Wärmedurchgangswert des Mauerwerks sei U = 0,23 W/(K· m^2), der U-Wert der Dachhaut oberhalb des Kniestocks D und der Etagendecke ist U = 0,18 W/(K· m^2).

Wir berechnen in einer Exceltabelle die Wärmeabgabeflächen jedes Geschosses getrennt nach Mauerwerk und Fensterfläche. Wärmefluss in Watt ist $\dot{Q} = U \cdot A \cdot (\vartheta_i - \vartheta_a)$. Dabei ist A die Außenfläche mit Wärmedurchgangszahl U, θ_i die Innentemperatur, θ_a die mittlere Außentemperatur. Die Wärme fließt immer von der höheren zur niederen Temperatur.
Eine kleine Mathematikaufgabe ist die Breite G der Wohnetagendecke. Diese berechnet sich nach der Verhältnisgleichung F / (0,5 B) = (F+D-C) / (0,5 G), oder in Worten: Dachhöhe F verhält sich zur halben Hausbreite wie die Spitzdachhöhe zur halben Deckenbreite. Aufgelöst nach G erhalten wir die Formel

$$G = \frac{(F+D-C)0{,}5B}{0{,}5F} = \frac{(F+D-C)B}{F} = \frac{S\,B}{F}$$

mit der Spitzdachhöhe S = F+D-C. Die Länge der schrägen Linien H vom Kniestock bis zur Etagendecke (Breite einer der beiden schrägen Dachflächen) berechnet sich nach Pythagoras:

$$H = \sqrt{(C-D)^2 + ((B/2)-(G/2))^2}$$

H ist hier die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten *Deckenhöhe minus Kniestock* und *halbe Hausbreite minus halber Etagendeckenbreite*.

Die Vorder- und Rückwand (Stirnwände) der Wohnetage bestehen aus einem Rechteck und einem Dreieck, von dem die Spitze fehlt. Die Fläche A_{stirn} ist demnach

$$A_{stirn} = B\,D + BF/2 - G\,S/2$$

Wir berechnen in der folgenden Exceltabelle alle Wärmeflüsse nach außen durch die Wände, zum Erdboden, zum Dach und durch die Fenster. Am Anfang stehen die Eingangsdaten.

	A	B	C	D	E	F
1	A	10	Hauslänge			
2	B	6	Hausbreite			
3	C	2,4	Deckenhöhe	Wohnetage		
4	D	0,9	Kniestock			
5	E	2,1	Deckenhöhe	Keller		
6	F	3,5	Dachhöhe	Ab Kniest.		
7	Uw	0,23	U-Wert	Wand		
8	Ud	0,18	U-Wert	Dach		
9	Uft	1,1	U-Wert	Fenst+Türe		
10	Tk	22	Temperatur	Keller		
11	Te	22	Temperatur	Wohnetage		
12	Ta	9	Temperatur	außen		Anzahl
13	Kellerfenst	0,8	Fläche	Kel.-Fenst.		4
14	Fenst klein	1,2	Fl. Wand-	fenst klein		2
15	Fenst klein	1,2	Fl. Dach-	fenster		4
16	Fenst groß	2,0	Fläche	Fenst groß		1
17	Tür	2,1	Fläche			2
18						

Nach den Eingangsdaten folgen die eigentlichen Berechnungen. Die von Excel berechneten Zahlenwerte stehen in Spalte B. Die Formeln, die sich dahinter verbergen, finden Sie in der Spalte *Formeln*.

	A	B	C	D	Formeln
19	Kellerwände	67,2	Wandfläche	Keller	=2*(B2*B5+B1*B5)
20	Kellerboden	60	Bodenfläche	Keller	=B1*B2
21	Kellerfenster	3,2	Fensterfl.	Keller	=F13*B13
22	KWoF	64	Wandfl	ohne Fenst	=B19-B21
23					
24	S	2,0	Höhe	Spitzdach	=B6+B4-B3
25	G	3,43	Breite	Etagendecke	=B24*B2/B6
26	Etagenwände	42,94	Fläche	gerade Wand	=2*(B4*B2+B4*B1+ B2*B6/2-B25*B24/2)
27	H	1,98	Breite einer	Dachfläche	=WURZEL((B3-B4)^2+ ((B2/2)-(B25/2))^2)
28	Dachhaut	73,80	Schrägen +	Decke	=2*B27*B1+B25*B1
29	EwoF	38,54	Etagenwände	ohne Fens-ter	=B26-F14*B14-F16*B16
30	DhoF	69,00	Dachhaut	ohne Fens-ter	=B28-F15*B15
31	Qpkeller	438,09	Wärmestrom	Keller	=((B19+B20)*B7+B21*B9)* (B10-B12)

32	Etagenfenster	13,4	Fensterfläche	Etage +Türen	=F14*B14+F15*B15+ F16*B16+F17*B17
33	Qpetage	458,32	Wärmestrom	Etage	=(B29*B7+B30*B8+B32*B9)* (B11-B12)
34	Qpgesamt	894,41	Wärmestrom	Gesamt	=B31+B33

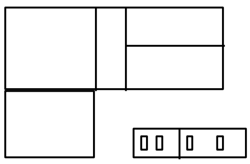
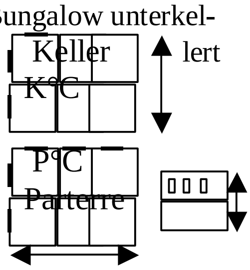
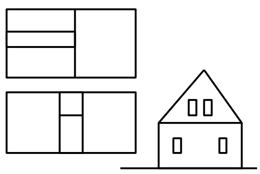
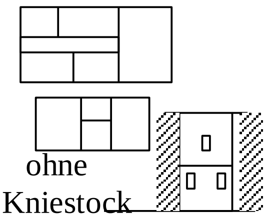
Wir multiplizieren den Wärmestrom Qpgesamt mit der Anzahl der Sekunden eines Jahres (365,25*24*3600) und erhalten so die jährlichen Wattsekunden QaWs, eine Energiemenge. Diese rechnen wir in Kilowattstunden um, indem wir durch 1000 und dann durch 3600 teilen und erhalten die Größe QaKWh=7840 KWh Wärmeverlust pro Jahr.

Besorgen Sie sich im Internet den Heizwert H_i von Heizöl (Energieinhalt) in der Form KWh/Kg, die Dichte ρ von Heizöl und den Preis P von einem Liter Heizöl und berechnen Sie mit Excel die Ölmasse M, den Ölverbrauch V in Liter und die jährlichen Ölkosten K in Euro.

Die Formeln sind $M = QaKWh / Hi$, $V = M / \rho$, $K = V\ P$.

Ihre Aufgabe Wärmekosten Haus:

Sie entnehmen nach Ihrer Gruppennummer Ihre Vorlage. Zeichnen Sie mit einem Zeichenprogramm Ihr Haus mit dem (den) Grundrissen der Geschosse und angedeuteten Fenstern, außerdem mindestens eine Seitenansicht. Übernehmen Sie das Bild in ihre Hausarbeit.

Gruppen 2-10	Gruppe 11-19	Gruppe 20-28	Gruppe 1, 29-36
Bungalow nicht unterkellert 	Bungalow unterkellert 	Haus ohne Kniestock mit völlig ausgebautem Dachgeschoss 	Reihenmittelhaus  ohne Kniestock

a) Benennen Sie die Maße der Geschosse ihres Hauses mit Buchstaben. In jedem Raum nehmen Sie dieselbe konstante Temperatur an. Legen Sie die Fensterzahl und die Fensterflächen fest. Ebenso für Türen.

b) Suchen Sie im Internet die Bodentemperatur (Sie ist gleich der mittleren Außentemperatur.) Suchen Sie ebenfalls dort die U-Werte (Wärmedurchgangswerte, früher k-Werte) für Ihr Mauerwerk und Ihre Fenster und Türen.

c) Berechnen Sie in einer farbig strukturierten Exceltabelle die Wärmeabgabeflächen (nur nach außen) getrennt nach Mauerwerk und Fenster- bzw. Türfläche. Wärmefluss in Watt ist $\dot{Q} = U \cdot A \cdot (\vartheta_i - \vartheta_a)$. Dabei ist A die Fläche mit Wärmedurchgangszahl U, θ_i die Innentemperatur, θ_a die mittlere Außentemperatur. Die Wärme fließt von der höheren zur niederen Temperatur. Berechnen Sie alle Wärmeflüsse nach außen durch die Wände, zum Erdboden, zum Dach und getrennt davon die durch die Fenster und Türen.

d) Berechnen Sie die Wärmemenge pro Jahr in KWh. Besorgen Sie sich im Internet den Heizwert (Energieinhalt) und den Preis von einem Liter Heizöl und berechnen Sie den

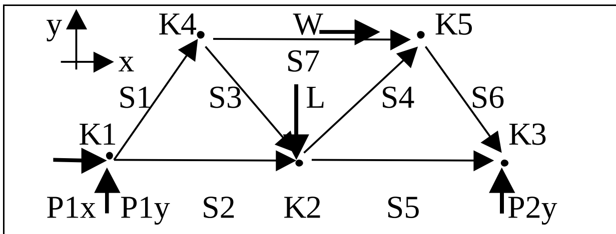
Ölverbrauch und die jährlichen Ölkosten. Kopieren Sie aus dem Internet eine kurze Erläuterung des Unterschiedes zwischen Heizwert und Brennwert (max. ½ Seite).

Aufgabe 6: Zug- und Druckkräfte in einem Stabwerk (Statikaufgabe) mit VBA lösen

Aufgabe 6a: Berechnen Sie die Druck- und Zugkräfte im nachfolgend beschriebenen ebenen Stabwerk, indem Sie die Vorlage nachspielen in *Tabelle 2* der Mappe *Aufgabe6ab.xls*
Aufgabe 6b: Berechnen Sie dasselbe Stabwerk mit Visual Basic und programmieren Sie die Ihrer Gruppennummer entsprechenden Zusätze ein.

Ergebnisse Aufgaben 6ab: EXCEL-Mappe *Aufgabe6abxls* mit Daten, Berechnungen, Graphik und Ergebnissen

Aufgabe 6a: Statische Berechnungen werden heutzutage mit ausgefuchsten Programmpaketen gemacht, die die Konstruktion mit den Festigkeitsberechnungen gleich verbinden. Aber zum Üben mit Excel ist die nachfolgende Berechnung gut geeignet. Ein typisches Stabwerk sehen Sie z.B. bei Brückenkonstruktionen, Kranauslegern oder Dachbindern.



Wir haben 5 Knoten **K1, ..., K5** in der x-y-Ebene, an denen Kräfte angreifen, 7 Stäbe **S1, ..., S7** mit willkürlich vorgegebenem Richtungssinn, 2 vertikale Auflagerkräfte **P1y** und **P2y** und eine horizontale Auflagerkraft **P1x**, dazu eine Last **L** und einen Winddruck **W**.

Die Kräfte an einem Knoten müssen im Gleichgewicht sein, sowohl in x- als auch in y-Richtung. Pfeile zum Knoten hin (ankommende Pfeile) zählen wir positiv, Pfeile vom Knoten weg (abgehende Pfeile) zählen wir negativ. Auch diese Regelung ist willkürlich, muss aber einheitlich durchgehalten werden. Zusatzkräfte an den Knoten (Lasten, Winddruck) zeichnen wir immer zum Knoten hin.

Eine Auflagerkraft P2x darf es nicht geben, da dann ein unbestimmtes Gleichungssystem entstünde. Für jeden Knoten müssen wir bei einem ebenen Stabwerk zwei Gleichungen aufstellen, eine für die x-Komponenten der Kräfte und eine für die y-Komponenten. Bei räumlichen Stabwerken (z.B. ein Kranausleger) käme noch eine 3. Gleichung je Knoten für die z-Komponenten hinzu)

Für den Knoten K1 gilt $P1x - S1x - S2x = 0$
$P1y - S1y - S2y = 0$

Für den Knoten K2 gilt $S2x + S3x - S4x - S5x = 0$
$(S2y + S3y - S4y - S5y + Ly = 0)$ (bzw.)
$S2y + S3y - S4y - S5y = -Ly$ (Ly umgestellt)

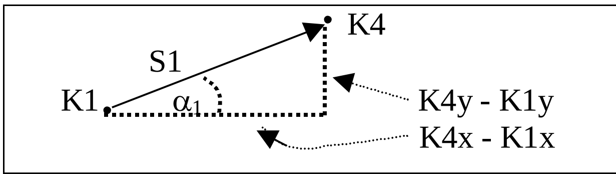
Für den Knoten K3 gilt $S5x + S6x = 0$
$S5y + S6y + P2y = 0$

Für den Knoten K4 gilt $S1x - S3x - S7x = 0$
$S1y - S3y - S7y = 0$

Für den Knoten K5 gilt S4x - S6x + S7x = -Wx (Wx schon umgestellt)
S4y - S6y + S7y = 0

Es entsteht ein Gleichungssystem mit 10 Gleichungen für die 10 Unbekannten **P1x, P1y, P2y, S1, S2, ..., S7,**. Die Lasten (bei uns nur eine) und andere Kräfte (bei uns nur Winddruck W) treten als rechte Seite des Gleichungssystem auf. Diese Kräfte sind zahlenmäßig bekannt.

Eine Kraft, z.B. die Stabkraft S1, zerlegen wir nach folgender Formel in ihre zwei Komponenten:
$S1x = S1 \cos(\alpha 1)$
$S1y = S1 \sin(\alpha 1)$.
Das gilt für alle Kräfte. Dabei ist α der Winkel, den die Stabkraft S1 mit der x-Achse des Koordinatensystems bildet.



Winkel $\alpha 1$ ist die Steigung von S1 und berechnet sich nach der Formel

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{K4y - K1y}{K4x - K1x}\right) \qquad (1)$$

In Excel gibt es eine sehr intelligente Funktion *arctan2*, die auch Winkel in den negativen x-Quadranten des Einheitskreises berechnen kann. Man muss jedoch Nenner und Zähler des Bruches aus Formel (1) oben als zwei getrennte Argumente einsetzen, d.h.

$\alpha_1 =$ arctan2 (K4x-K1x ; K4y- K1y)

Wir gehen demnach folgendermaßen vor (bitte Tabelle 2 der Mappe benutzen):
- Eingabe der Knotennummern 1, 2, 3, 4, 5 in Spalte A von Tabelle 2
- Eingabe der Knotenkoordinaten x und y in den Spalten B und C
- Eingabe der 7 Stabnummern 1, 2, ..., 7 in Spalte D
- Berechnung der 7 Winkel $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_7$ in Spalte E
- Berechnung der 7 Kosinus- und 7 Sinuswerte zu den 7 Winkeln in den Spalten F und G. Hier "ziehen" wir die Werte, d.h. wir schreiben die Formel nur für α_1.

	A	B	C	D	E	F	G
Z1	Kn	x	y	Stab	Winkel	Kosinus	Sinus
Z2	1	0	0	1	=arctan2(***B5–B2*** ; ***C5–C2***)	=cos(***E2***)	=sin(***E2***)
Z3	2	4	0	2	=arctan2(***B3–B2*** ; ***C3–C2***)		
Z4	3	8	0	3	=arctan2(***B3–B5*** ; ***C3–C5***)		*ziehen*
Z5	4	2	3	4	=arctan2(***B6–B3*** ; ***C6–C3***)	← selektierte Felder	
Z6	5	6	3	5	=arctan2(***B4–B3*** ; ***C4–C3***)	← sind hier fett-	
Z7				6	=arctan2(***B4–B6*** ; ***C4–C6***)	kursiv geschrieben,	
Z8				7	=arctan2(***B6–B5*** ; ***C6–C5***)	z.B. ***B4*** oder ***C6***	

Die Kosinuswerte treten als Koeffizienten der Stabkräfte S1, S2, ..., S7 in den x-Gleichungen auf, die Sinuswerte in den y-Gleichungen. Das Gleichungssystem $\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ mit der 10×10-Koeffizientenmatrix $\boldsymbol{A}$, dem 10-Vektor der Unbekannten $\boldsymbol{x}$ und dem 10-Vektor $\boldsymbol{b}$ der rechten Seite lässt sich in Excel nur so lösen, dass man zuerst aus der Koeffizientenmatrix $\boldsymbol{A}$ mit der Funktion MINV die inverse Matrix $\boldsymbol{A}^{-1}$ berechnet und dann den Lösungsvektor $\boldsymbol{x}$ nach der Formel $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{b}$ berechnet, d.h. mittels Matrix mal Vektor (Funktion MMULT).

Für die Koeffizientenmatrix ***A*** benutzen wir die 10×10 Felder ***A11 : J20***, für den Rechte-Seite-Vektor ***b*** die Felder ***K11 : K20***. Aus der x-Gleichung für den Knoten K1

$$\mathrm{P1x} - \mathrm{S1x} - \mathrm{S2x} = 0$$

wird

$$\mathbf{1}\cdot \mathrm{P1x} + 0\cdot \mathrm{P1y} + 0\cdot \mathrm{P2y} - \cos(\alpha_1)\cdot \mathrm{S1} - \cos(\alpha_2)\cdot \mathrm{S2} + 0\cdot \mathrm{S3} + 0\cdot \mathrm{S4} + \ldots\ldots + 0\cdot \mathrm{S7} = 0$$

da wir ja in der Matrix ***A*** jedem Feld einen Wert zuweisen müssen. Die meisten Felder sind Null. Da z.B. der Wert $\cos(\alpha_1)$ auf Feld ***F2*** steht, muss Matrixelement A_{14} (1. Gleichung, 4. Unbekannte) durch folgende kleine Formel berechnet werden: $A_{14} = -\cos(\alpha_1) =$ ***– F2*** . Die vollständige Matrix mit rechter Seite lautet dann:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Z10	P1x	P1y	P2y	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	***b***	Bem.
Z11	1	0	0	=***–F2***	=***–F3***	0	0	0	0	0	0	
Z12	0	1	0	=***–G2***	=***–G3***	0	0	0	0	0	0	
Z13	0	0	0	0	=***F3***	=***F4***	=***–F5***	=***–F6***	0	0	0	
Z14	0	0	0	0	=***G3***	=***G4***	=***–G5***	=***–G6***	0	0	40	Last
Z15	0	0	0	0	0	0	0	=***F6***	=***F7***	0	0	
Z16	0	0	**1**	0	0	0	0	=***G6***	=***G7***	0	0	
Z17	0	0	0	=***F2***	0	=***–F4***	0	0	0	=***–F8***	0	
Z18	0	0	0	=***G2***	0	=***–G4***	0	0	0	=***–G8***	0	
Z19	0	0	0	0	0	0	=***F5***	0	=***–F7***	=***F8***	-5	Wind
Z20	0	0	0	0	0	0	=***G5***	0	=***–G7***	=***G8***	0	

Erklärung der rechten Seite: Da die Last von 4 t ≈ 40 [kN] als -Ly in der Knotengleichung von Knoten K2 steht, aber der Pfeil in die negative y-Richtung zeigt, geben wir sie positiv ein wegen -(-40) = 40 [kN]. Da der Winddruck in der Knotengleichung für K5 als -Wx steht, der Pfeil in die positive x-Richtung zeigt (kein Vorzeichenwechsel), geben wir den Winddruck negativ ein, d.h. +(-5) = -5 [kN]. Die Zahlen 40 und -5 sind lediglich ein Rechenbeispiel und dürfen geändert werden. Aus der Koeffizientenmatrix ***A*** erzeugen wir mit der Funktion MINV die inverse Matrix $\boldsymbol{A}^{-1}$. Sie selektieren das Feld ***Z23:J32***, tippen die im Bild gezeigte Anweisung *=MINV(A11:J20)* ein und geben die 3-fach-Tastenkombination Strg-Shift-Enter. Das Feld füllt sich mit den Werten der inversen Matrix.

	A B C D E F G H I J	K	
Z23	=MINV(***A11:J20***) **SSE**	-5,00	P1x
Z24		17,50	P1y
Z25	Es erscheinen die Werte der inversen Matrix $\boldsymbol{A}^{-1}$	22,50	P2y
Z26	in diesem Bereich	19,56	S1 Druck
Z27	Wir multiplizieren sie mit der rechten Seite ***b***	-13,75	S2 Zug
Z28	Selektiere ***K23:K32*** und tippe ein	-19,56	S3 Zug
Z29		-25,15	S4 Zug
Z30	=MMULT(***A23:J32*** ; ***K11:K20***) **SSE**	-11,25	S5 Zug
Z31		25,15	S6 Druck
Z32	$\boldsymbol{A}^{-1}$ ***b*** Rechts erscheint die Lösung ***x***	17,50	S7 Druck

Dann berechnen Sie den Lösungsvektor ***x*** nach der Formel $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}^{-1}\ \boldsymbol{b}$, d.h. mittels Matrix mal Vektor. Selektieren Sie die Felder ***K23:K32*** als Platz für den Lösungsvektor, tippen Sie *=MMULT(A32:J32;K11:K20)* ein und die Dreifachtaste Strg-Shift-Enter. Auf K23 bis K32 erscheinen die berechneten Kräfte. Die Stäbe 1, 6 7 werden auf Druck belastet. die Stäbe 2, 3, 4, 5 auf Zug. Lagerkraft P1x fängt den seitlichen Winddruck auf (Zugkraft), Die Lager P1y und P2y (Druckkräfte) tragen die Last, die durch den Winddruck etwas ungleichmäßig verteilt ist. Sichern Sie die Mappe mit Tabelle 2 für den Fall, dass bei Aufgabe 6b etwas schief läuft.

Aufgabe 6b

VBA (Visual Basic) für Excel ist eine Programmiersprache mit gewissen Ähnlichkeiten zu anderen Programmiersprachen, z.B. der Sprache **C**. Ein VBA-Programm besteht aus Anweisungen, die vom VBA-Interpreter interpretiert werden. Das geht recht langsam, im Gegensatz zur Ausführung eines C-Programms, bei dem zuerst ein Maschinenprogramm (Objectcode) erzeugt wird, das dann vom PC-Prozessor mit maximaler Geschwindigkeit ausgeführt wird.

Um sich in VBA einzuarbeiten, gibt es mehrere Möglichkeiten:

- Literatur, z.B. ***VBA-Programmierung mit Excel*** von Johannes Gogolok (ftp://ftp.fernuni-hagen.de/pub/pdf/urz-broschueren/broschueren/b012.pdf)
- Eigene Beispiele erzeugen, indem man Aktionen in einem Tabellenblatt als Makro aufzeichnet und hinterher das Makro auswertet.
- Nutzerforen im Internet zu speziellen Fragen.

Eine erste Einführung in VBA:

Ein VBA-Programm beginnt mit der Zeile „Sub name ()“ und endet mit „End Sub“
Kommentare beginnen mit dem Zeichen '
Vektoren müssen Sie immer deklarieren, Variablen sollten Sie deklarieren, z.B.

```
Dim knzahl, stabzahl  As Integer    ' Integer sind ganze Zahlen ohne Kommastellen
Dim nullX, nullY  As Single         ' Single sind Zahlen mit wenig Kommastellen
Dim dx, dy, kr As Double            ' Double sind Zahlen mit vielen Kommastellen
Dim kx(50) As Double                ' Vektor mit fester Elementezahl kx0, kx1, …, kx49
                                    '  Wir benutzen davon jedoch nur einen Teil
Dim A() As Double        '  Vektor oder Matrix mit noch unbekannter Elementezahl
```

Um die Matrix ***A*** endgültig mit minimalem Speicherbedarf zu deklarieren, deklarieren wir sie dynamisch:

```
' Knotenzahl lesen und Matrixdimension berechnen
knzahl = Cells(2, 2).Value                          ' Holt Knotenzahl von Zelle B2
matdim = 2 * knzahl                                 ' Berechnet länge einer Matrixzeile
ReDim A(1 To matdim, 1 To matdim) As Double         ' A dynamisch dimensioniert
```

Ein VBA-Programm kann mit dem Nutzer kommunizieren:

```
MsgBox ("Knotenzahl ist " & knzahl)   '  Öffnet ein Fenster. Quittung mit Entertaste.
```

Formeln berechnen neue Werte:

```
stabzahl = knzahl * 2 – 3           '  Mit einfachen Werten
dx = kx(ziel(i)) - kx(start(i))     '  Mit Vektorelementen
```

Schleifen durchlaufen ein Programmstück beliebig oft. Eine IF-Anweisung gestattet es, ein Programmstück (Ja-Zweig genannt) zu durchlaufen oder nicht.

```
For i = 1 To knzahl                 '  Index i läuft von 1 bis Knotenzahl
   kx(i) = Cells(1 + i, 4)          ' Knoteninformation lesen x-Koordinate Nummer i
```

```
    ky(i) = Cells(1 + i, 5)              ' Knoteninformation lesen y-Koordinate Nummer i
    auflager(i) = Cells(1 + i, 6)        '  Auflagerinformation als Textschnipsel (string) lesen

    ' Wenn Auflager Px heißt, dann merke das auf Variable auflager2
    If (auflager(i) = "Px")  Then
        auflager2 = auflager(i)          '  Ja-Zweig: Wird nur ausgeführt, wenn „Px“ vorliegt
     End If
Next i                                   ' Zähle Index i weiter und wiederhole die Schleife
```

Geben Sie in Tabelle 1 die unten abgebildeten Daten ein. Es sind die Daten von Beispiel 6a aus Tabelle 2, nur in anderer Form. Bei den Stäben wird die Nummer des Startknotens und die des Endknotens angegeben. Als Auflager darf nur das Doppelauflager PxPy und ein weiteres Auflager, entweder Px oder Py, auftreten.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Z1	Stab-werk	Knoten zahl	Knot-en	x	y	Auf-lager	x Kraft	y Kraft	Stab	Start-Knot.	Ziel-Knot.
Z2		5	1	0	0	PxPy	0	0	1	1	4
Z3	Hilfs-zellen		2	5	0		0	40	2	1	2
Z4			3	10	0	Py	0	0	3	4	2
Z5			4	2,5	5		0	0	4	2	5
Z5			5	7,5	5		-5	0	5	2	3
Z7									6	5	3
Z8									7	4	5

Drücken Sie die Tastenkombination *Alt-F11*, gehen auf *Ansicht*, dort auf *Code*. Es öffnet sich ein Fenster. In dieses Fenster kopieren Sie das gesamte Makro *Stabwerk* von der Zeile „Sub Stabwerk()“ bis zur Zeile „End Sub“. ***Mitkopierte Seitenzahlen bitte entfernen!!***

```
------------------------------------- Beginn des Makros --------------------------------------------
Sub Stabwerk()

' Alle Variablen, Vektoren, Matrizen deklarieren
Dim knzahl, stabzahl, matdim, i, j, startgraph, _
    startmat, startinverse, startergebnis As Integer
Dim nullX, nullY, startX, startY, endX, endY As Single
Dim endXsb, endYsb As Single
Dim auflager2 As String
Dim dx, dy, kr As Double
Dim kx(50) As Double   ' maximal 50 Knoten möglich
Dim ky(50) As Double
Dim auflager(50) As String
Dim fx(50) As Double
Dim fy(50) As Double
Dim start(100) As Integer  ' maximal 100 Stäbe möglich
Dim ziel(100) As Integer
Dim winkel(100) As Double
Dim cosi(100) As Double
Dim sini(100) As Double
Dim A() As Double
```

```
Dim Kraft(100) As Double
Dim stabkraft(100) As Double

' Knotenzahl lesen, Stabzahl und Matrixdimension berechnen
knzahl = Cells(2, 2).Value
MsgBox ("Knotenzahl ist " & knzahl)
stabzahl = knzahl * 2 - 3
MsgBox ("Stabzahl ist " & stabzahl)
matdim = 2 * knzahl
' Matrix A dynamisch dimensionieren
ReDim A(1 To matdim, 1 To matdim) As Double

' Knoteninformation lesen xKoord, yKoord, Auflagerkennung,
' XKraft, y Kraft
For i = 1 To knzahl
   kx(i) = Cells(1 + i, 4)
   ky(i) = Cells(1 + i, 5)
   auflager(i) = Cells(1 + i, 6)
   ' Suche zweites Auflager Px oder Py?
   If (auflager(i) = "Px") Or (auflager(i) = "Py") Then
      auflager2 = auflager(i)
   End If
   fx(i) = Cells(1 + i, 7)
   fy(i) = Cells(1 + i, 8)
Next i

' Vorbereitung der Graphik: Benötigt etwa 40 Zeilen Platz
startgraph = stabzahl + 5   ' Startzeile ist stabzahl+5
' Übergebe der Graphik die Knoten-Koordinaten x und y
   Range(Cells(1, 4), Cells(knzahl + 1, 5)).Select
' Füge Graphik ein, nenne die Datenquelle, nenne den Ort der Graphik
Charts.Add
ActiveChart.ChartType = xlXYScatter
ActiveChart.SetSourceData Source:=Sheets("Tabelle1"). _
   Range(Cells(1, 4), Cells(knzahl + 1, 5)), _
   PlotBy:=xlColumns
ActiveChart.Location Where:=xlLocationAsObject, Name:="Tabelle1"
With ActiveChart.Parent
   .Top = Range("" & "D" & startgraph & "").Top   'Graphposition
   .Left = Range("" & "D" & startgraph & "").Left
   .Width = 500                              ' Graphgröße in Pixeln
   .Height = 400
End With
ActiveChart.Axes(xlCategory).Select      ' Skalierung x-Achse
With ActiveChart.Axes(xlCategory)
   .MinimumScale = -2
   .MaximumScale = 12
End With
ActiveChart.Axes(xlValue).Select        ' Skalierung y-Achse
With ActiveChart.Axes(xlValue)
   .MinimumScale = -2
```

```
   .MaximumScale = 12
End With

' Ort und Maße der grauen Zeichenfläche innerhalb des Fensters erkunden
orgX = ActiveChart.PlotArea.InsideLeft  'Pixel von links
orgY = ActiveChart.PlotArea.InsideTop + ActiveChart.PlotArea.InsideHeight
' Pixel pro x- bzw. y-Skaleneinheit berechnen. Wir haben 14 Skaleneinheiten
rangeX = ActiveChart.PlotArea.InsideWidth / 14   ' wegen 14=12-(-2)
rangeY = ActiveChart.PlotArea.InsideHeight / 14
'Koordinatenursprung (0,0) in Pixel von links oben der grauen Fläche
nullX = orgX + 2 * rangeX  ' graue Fläche startet bei x=-2
nullY = orgY - 2 * rangeY  ' graue Fläche startet bei y=-2

' Zeichnen der Stäbe und ihrer Bezeichner S1, S2, ...
For i = 1 To stabzahl
   start(i) = Cells(1 + i, 10)   ' Startknotennummer
   ziel(i) = Cells(1 + i, 11)    ' Zielknotennummer
   ' Durchgezogene Linie von Knoten zu Knoten
   startX = nullX + rangeX * kx(start(i))
   startY = nullY - rangeY * ky(start(i))
   endX = nullX + rangeX * kx(ziel(i))
   endY = nullY - rangeY * ky(ziel(i))
   ' Zeichne Pfeil
   ActiveChart.Shapes.AddLine(startX, startY, endX, endY).Select
   Selection.ShapeRange.Line.Weight = 2#   '1=dünn 2=mittel
   Selection.ShapeRange.Line.ForeColor.SchemeColor = 2  ' rot
   'Farben  0=schw 1=weiß 2=rot 3=grün 4=blau 5=gelb 6=pink 7=türkis
   ' Pfeilspitzen
   Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadStyle = msoArrowheadTriangle
   'statt msoArrowheadLengthMedium und statt msoArrowheadWidthMedium hier
   Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadLength = msoArrowheadLong
   Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadWidth = msoArrowheadNarrow
   ' Die Stabbezeichner in die Mitte
   endXsb = (startX + endX) / 2
   endYsb = (startY + endY) / 2
   ActiveChart.Shapes.AddTextbox(msoTextOrientationHorizontal, endXsb, endYsb, _
        27.75, 23.25).Select
   Selection.Characters.Text = "S" & i
   With Selection.Characters(start:=1, Length:=2).Font
      .Name = "Arial"
      .Size = 10
      'Farben  0/1=schw 2=weiß 3=rot 4=grün 5=blau 6=gelb 7=pink 8=türkis
      .ColorIndex = 3 '3=rot
   End With
Next i

' Knotenbezeichner, Auflagerpfeile, Kraft- bzw. Lastpfeile
For i = 1 To knzahl
   ' Knotenbezeichner
   endX = nullX + rangeX * kx(i)
   endY = nullY - rangeY * ky(i)
```

```
ActiveChart.Shapes.AddTextbox(msoTextOrientationHorizontal, endX, endY, _
        37.75, 33.25).Select
Selection.Characters.Text = "K" & i
With Selection.Characters(start:=1, Length:=2).Font
    .Name = "Arial"
    .Size = 12
    .ColorIndex = 5 'blau
End With
' Auflagerpfeile waagrecht immer nach rechts zeigend
If (auflager(i) = "PxPy" Or auflager(i) = "Px") Then
    startX = endX - rangeX
    ActiveChart.Shapes.AddLine(startX, endY, endX, endY).Select
    Selection.ShapeRange.Line.Weight = 4#   'dick
    'Farben  0=schw 1=weiß 2=rot 3=grün 4=blau 5=gelb 6=pink 7=türkis
    Selection.ShapeRange.Line.ForeColor.SchemeColor = 4  'blau
    Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadStyle = msoArrowheadTriangle
    Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadLength = msoArrowheadLong
    Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadWidth = msoArrowheadNarrow
    End If
    ' Kraftpfeile waagrecht: bei negativem Eintrag f(x) nach rechts
    If (fx(i) <> 0) Then
    startX = endX + rangeX * fx(i) / Abs(fx(i))
    ActiveChart.Shapes.AddLine(startX, endY, endX, endY).Select
    Selection.ShapeRange.Line.Weight = 4#   'dick
    'Farben  0=schw 1=weiß 2=rot 3=grün 4=blau 5=gelb 6=pink 7=türkis
    Selection.ShapeRange.Line.ForeColor.SchemeColor = 0  'schwarz
    Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadStyle = msoArrowheadTriangle
    Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadLength = msoArrowheadLong
    Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadWidth = msoArrowheadNarrow
End If
' Auflagerpfeile senkrecht immer nach oben zeigend
If (auflager(i) = "PxPy" Or auflager(i) = "Py") Then
    startY = endY + rangeY
    ActiveChart.Shapes.AddLine(endX, startY, endX, endY).Select
    Selection.ShapeRange.Line.Weight = 4#   'dick
    'Farben  0=schw 1=weiß 2=rot 3=grün 4=blau 5=gelb 6=pink 7=türkis
    Selection.ShapeRange.Line.ForeColor.SchemeColor = 4  'blau
    Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadStyle = msoArrowheadTriangle
    Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadLength = msoArrowheadLong
    Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadWidth = msoArrowheadNarrow
End If
' Kraftpfeile senkrecht: bei negativem Eintrag nach oben
If (fy(i) <> 0) Then
    startY = endY - rangeY * fy(i) / Abs(fy(i))
    ActiveChart.Shapes.AddLine(endX, startY, endX, endY).Select
    Selection.ShapeRange.Line.Weight = 4#   'dick
    'Farben  0=schw 1=weiß 2=rot 3=grün 4=blau 5=gelb 6=pink 7=türkis
    Selection.ShapeRange.Line.ForeColor.SchemeColor = 0  'schwarz
    Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadStyle = msoArrowheadTriangle
    Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadLength = msoArrowheadLong
    Selection.ShapeRange.Line.EndArrowheadWidth = msoArrowheadNarrow
```

```
   End If
Next i

'  ---------- Hier die Zusatzprogrammierung von Aufgabe 6b einfügen -----------------


' Eigentliche Satbwerkberechnung beginnt: Zuerst Spaltenüberschriften
Cells(1, 12) = "Winkel"
Cells(1, 13) = "Kosinus"
Cells(1, 14) = "Sinus"

For i = 1 To stabzahl
' Berechnung des Winkels zum Stab i mittels winkel=arctan2(dx,dy)
' dx und dy auf Hilfszellen ablegen, dann Formel auf Hilfszelle ablegen
   dx = kx(ziel(i)) - kx(start(i))
   dy = ky(ziel(i)) - ky(start(i))
   Cells(4, 1) = dx
   Cells(5, 1) = dy
   Range("A6").Select
   ActiveCell.FormulaR1C1 = "=ATAN2(R[-2]C,R[-1]C)"
   ' berechneten Winkelwert in Spalte Winkel ablegen
   winkel(i) = Cells(6, 1)
   Cells(1 + i, 12) = Cells(6, 1)
   Cells(6, 1).Formula = ""    'Formel wieder löschen wegen Fehlermeldung
   'Kosinus und Sinus berechnen: Winkel nach Hilfszelle A4, Formel nach A5
   Cells(4, 1) = Cells(1 + i, 12)
   Range("A5").Select
   ActiveCell.FormulaR1C1 = "=COS(R[-1]C)"
   cosi(i) = Cells(5, 1)
   Cells(1 + i, 13) = Cells(5, 1)

   Range("A5").Select
   ActiveCell.FormulaR1C1 = "=SIN(R[-1]C)"
   sini(i) = Cells(5, 1)
   Cells(1 + i, 14) = Cells(5, 1)
Next i
Cells(5, 1).Formula = ""    'Formel gleich löschen wegen Fehlermeldung

' Herstellung der Matrixkopfzeile P1x P1y P2? S1 S2 ... und
startmat = startgraph + 44   'startmat zeigt auf die erste Koeffizientenzeile
Cells(startmat - 2, 1) = "Koeffizientenmatrix und Rechte Seite"
Cells(startmat - 1, 1) = "P1x"
Cells(startmat - 1, 2) = "P1y"

Cells(startmat - 1, 3) = auflager2
' Stelle S1 S2 ... her
For i = 1 To stabzahl
   Cells(startmat - 1, 3 + i) = "S" & i
Next i
Cells(startmat - 1, 4 + stabzahl) = "Knotenkraft"
Cells(startmat - 1, 5 + stabzahl) = "Gleichung"
```

```
' Löschen der gesamten Knotengleichungsmatrix und des Kraftvektors
For i = 1 To matdim
   For j = 1 To matdim
      A(i, j) = 0
      Cells(startmat + i - 1, j) = 0
   Next j
   Kraft(i) = 0
   Cells(startmat + i - 1, matdim + 1) = 0
Next i

' Aufstellung der Knotengleichungen K1x,K1y, K2x,K2y,...
For i = 1 To knzahl
   ' Zuerst die x-Komponenten im Knoten i
   If auflager(i) = "PxPy" Then
      A(2 * i - 1, 1) = 1
      Cells(startmat + 2 * i - 2, 1) = 1
   End If
   If auflager(i) = "Px" Then
      A(2 * i - 1, 3) = 1
      Cells(startmat + 2 * i, 3) = 1
   End If
   ' Ankommende Stäbe werden positiv gezählt, abgehende negativ
   ' Suche abgehende Stäbe
   For j = 1 To stabzahl
      If start(j) = i Then
         A(2 * i - 1, 3 + j) = -cosi(j)
         Cells(startmat + 2 * i - 2, 3 + j) = -cosi(j)
      End If
   Next j
   ' Suche ankommende Stäbe
   For j = 1 To stabzahl
      If ziel(j) = i Then
         A(2 * i - 1, 3 + j) = cosi(j)
         Cells(startmat + 2 * i - 2, 3 + j) = cosi(j)
      End If
   Next j
   ' Jetzt die y-Komponenten im Knoten i
   If auflager(i) = "PxPy" Then
      A(2 * i, 2) = 1
      Cells(startmat + 2 * i - 1, 2) = 1
   End If
   If auflager(i) = "Py" Then
      A(2 * i, 3) = 1
      Cells(startmat + 2 * i - 1, 3) = 1
   End If
   ' Ankommende Stäbe werden positiv gezählt, abgehende negativ
   ' Suche abgehende Stäbe
   For j = 1 To stabzahl
      If start(j) = i Then
         A(2 * i, 3 + j) = -sini(j)
```

```
            Cells(startmat + 2 * i - 1, 3 + j) = -sini(j)
        End If
    Next j
    ' Suche ankommende Stäbe
    For j = 1 To stabzahl
        If ziel(j) = i Then
            A(2 * i, 3 + j) = sini(j)
            Cells(startmat + 2 * i - 1, 3 + j) = sini(j)
        End If
    Next j
    ' Kraftvektor füllen abwechselnd mit fx und fy
    ' Gleichungsvektor zur Orientierung ausfüllen
    Kraft(2 * i - 1) = fx(i)
    Kraft(2 * i) = fy(i)
    Cells(startmat + 2 * i - 2, matdim + 1) = fx(i)
    Cells(startmat + 2 * i - 1, matdim + 1) = fy(i)
    Cells(startmat + 2 * i - 2, matdim + 2) = "K" & i & "x"
    Cells(startmat + 2 * i - 1, matdim + 2) = "K" & i & "y"
Next i

' Beginn der Lösung des Gleichungssystems
startinv = startmat + matdim + 2

' Aufgezeichnete Makro-Beispiele für Inverse und Matrixmultiplikation
' Range("A5:C7").Select
' Selection.FormulaArray = "=MINVERSE(R[-4]C:R[-2]C[2])"

' Range("E5:E7").Select
' Selection.FormulaArray = "=MMULT(RC[-4]:R[2]C[-2],R[-4]C:R[-2]C)"

Cells(startinv - 1, 1) = "Inverse Koeffizientenmatrix"
Range(Cells(startinv, 1), Cells(startinv + matdim - 1, matdim)).Select
Selection.FormulaArray = "=MINVERSE(R[-" & matdim + 2 & "]C:R[-3]C[" & _
                                        matdim - 1 & "])"

Cells(startinv - 1, matdim + 1) = "Stabkraft"
Cells(startinv - 1, matdim + 2) = "Druck/Zug"
Cells(startinv - 1, matdim + 3) = "Aufl./Stab"
' Bezeichnung der Auflager bzw. Kräfte als Bezeichnungsspalte kopieren
For i = 1 To matdim
    Cells(startinv - 1 + i, matdim + 3) = Cells(startmat - 1, i)
Next i

Range(Cells(startinv, matdim + 1), Cells(startinv + matdim - 1, _
                                        matdim + 1)).Select
' Berechne mit InverseMatrix*Knotenkraftvektor die Stabkräfte
Selection.FormulaArray = "=MMULT(RC[-" & matdim & "]:R[" & matdim - 1 & _
                            "]C[-1],R[-" & matdim + 2 & "]C:R[-3]C)"

' Druckstäbe haben positive Kraft, Zugstäbe negative, unbelastete 0
For i = 1 To matdim
```

```
    stabkraft(i) = Cells(startinv + i - 1, matdim + 1)
    Cells(startinv + i - 1, matdim + 2) = "unbelastet"
    If stabkraft(i) < (-0.001) Then
        Cells(startinv + i - 1, matdim + 2) = "Zug"
    End If
    If stabkraft(i) > 0.001 Then
        Cells(startinv + i - 1, matdim + 2) = "Druck"
    End If
Next i

End Sub
```

--------------------------------------- Ende des Makros ---

Speichern Sie die Mappe und gehen Sie zurück auf Tabelle 1. Starten Sie das Makro.
(Makro aktivieren: -> Extras ->Optionen -> Sicherheit -> Makrosicherheit freigeben)
Wenn das Makro erfolgreich arbeitet, sehen Sie eine Graphik und die Berechnungen.
Beginnen Sie mit dem Ändern des Makros. Gehen Sie im Makro zur Zeile
' ---------- Hier die Zusatzprogrammierung von Aufgabe 6b einfügen -----------------

6b1) Fügen Sie eine MsgBox mit Ihren Namen ein

6b2) Berechnen Sie je nach Gruppennummer Summe, Mittelwert, Maximum, Minimum der Knotenkoordinaten x. Suchen Sie zuerst den richtigen Namen des Vektors, wandeln dann die folgenden kleinen Programme entsprechend ab. Geben Sie das Ergebnis mit einer MsgBox aus.

Gruppe 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37 Summe Vektor x	Gruppe 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38 Mittelwert Vektor x	Gruppe 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39 Maximum Vektor x	Gruppe 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40 Minimum Vektor x

Sum=0
For i=1 To n
Sum=Sum+x(i)
Next i
	Sum=0
	For i=1 To n
	Sum=Sum+x(i)
	Next i
	Mittel=Sum/n
		Maxi=-1E25
		For i=1 To n
		If (x(i)>Maxi) Then
		Maxi=x(i)
		End If
		Next i
			Mini=1E25
			For i=1 To n
			If (x(i)<Mini) Then
			Mini=x(i)
			End If
			Next i

Aufgabe 7: Hefewachstum (Lösen einer Differenzialgleichung)

Aufgabe: Nach dem Euler-Verfahren ist ein System von zwei gekoppelten Differenzialgleichungen zu integrieren. Einzelne Wachstumskonstanten hängen von Ihrer Gruppennummer ab (siehe weiter unten).

Ergebnisse: EXCEL-Mappe *Aufgabe7.xls* mit Daten, Berechnungen und Ergebnissen und zwei Graphiken *Substrat S über der Zeit* und *Hefemasse über der Zeit*.

Futterhefe wird aus Hefezellen gewonnen, die in Fermentern wachsen. Ein Substrat (z.B. Glukose mit einigen Mineralzusätzen) wird mit Wasser und einer Startmenge Frischhefe versetzt und mit reichlich Zufuhr an gefilterter Luft zum Wachsen gebracht. Ist zu wenig Sauerstoff verfügbar, dann erzeugen die Hefezellen Alkohol und wir sprechen von Gärung. Nach einigen Tagen (etwa 5-14 je nach Temperatur, Hefe und Feed) kann man die Zellen von der Flüssigkeit trennen, trocknen, mahlen und verpacken.

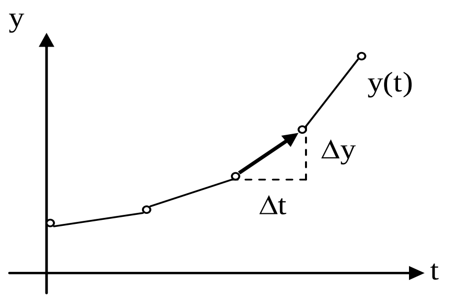
Den Fermentationsprozess versucht man durch ein Wachstumsmodell zu beschreiben. Dieses Modell erlaubt eine bessere Prozesssteuerung. Wachstumsmodelle sind Systeme von gekoppelten Differenzialgleichungen (Mathematik 2). Man kann sie auf simple Weise numerisch lösen, z.B. nach dem Verfahren von Euler-Cauchy.

Beispiel einer einfachen Wachstumskurve: Ein Kilo suspendierte Hefe vermehrt sich unter guten Bedingungen mit einer Rate (Wachstumskoeffizient μ) von etwa $\mu = 0{,}03$ [1/h], d.h. nach einer Stunde sind aus einem Kilo Hefe 1,03 Kilo geworden (ein Kilo Ausgangsmasse und 0,03 Kg Zuwachs), nach zwei Stunden 1*1,03*1,03=1,061 Kilo usw. Bezeichnen wir die Hefemenge selbst mit y, den Zuwachs mit dy, die Zeiteinheit (z.B. eine Stunde) mit dt, dann erhalten wir die Gleichung

$$\frac{dy}{dt} = \mu y$$

Das ist eine einfache Differenzialgleichung. Die exakte Lösung ist die Exponentialfunktion $y(t) = Y_o e^{\mu t}$. Dabei ist Y_o die Startmasse an Hefe. Wir bringen das dt auf die rechte Seite der Differenzialgleichung und erhalten $dy = \mu\, y\, dt$. Wir haben damit eine simple Gleichung gefunden, wie man zu einer gegebenen Hefemenge y den jeweiligen Zuwachs dy berechnen kann.

<table>
<tr>
<td>Das numerische Verfahren von Euler ist rechts erklärt. Es liefert mit ausreichender Genauigkeit das Anwachsen der Größe y von Zeitschritt zu Zeitschritt in Form einer Exponentialkurve, aber nicht als Formel, sondern als Zahlenreihe. Diese können wir grafisch als Kurve darstellen.</td>
<td>Startmenge ist y=Yo, Startzeit to=0
Zuwachs ist $dy = \mu\, y\, dt$
Neues y ist $y_{neu} = y_{alt} + dy$
Neue Zeit ist $t_{neu} = t_{alt} + dt$

Wir setzen $y_{alt} = y_{neu}$
$t_{alt} = t_{neu}$ und wiederholen</td>
</tr>
<tr>
<td>Man sieht aus der Graphik rechts, dass sich die Kurve y(t) aus kleinen Geradenstücken zusammensetzt. Durch die Formel der DGL ist für jeden Punkt auf der Kurve die Ableitung $\dot{y} = \frac{dy}{dt} \cong \frac{\Delta y}{\Delta t}$ gegeben. Gibt man Δt vor, dann kann man Δy ausrechnen als $\Delta y = \dot{y}\, \Delta t$,
und damit den neuen Punkt auf der Kurve</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Beim Wachsen der Hefe wird Substrat verbraucht. Einmal entsteht neue Hefemasse, andererseits verbrauchen die Lebensprozesse der Hefe Energie. Als Abprodukt entsteht in erster Linie Kohlendioxid (CO_2), daneben aber eine Reihe weiterer Substanzen. Was uns interessiert: wie viele Kilo Substrat benötigen wir, um ein Kilo Frischhefe zu produzieren. Wir nennen diese Größe hier den Substrateinsatzkoeffizienten k [Kg Substrat /Kg Hefe]. Wir nehmen k = 3,5 an, d.h. aus 3,5 Kg Substrat erzeugen wir 1 Kg Frischhefe.

Eine Fermentationsstrategie ist z.B. der Batch. Der Fermenter wird am Beginn mit einer gewissen Substratmenge S_o gefüllt. Aus dem Behältervolumen V und der gerade vorhandenen Substratmenge S berechnet man die Substratkonzentration c_s [Kg/l] = S / V. Beim Wachsen der Hefe wird das Substrat verbraucht. Die Substratmenge S und damit die Substratkonzentration c_S nehmen ab. Ist kein Substrat mehr vorhanden, dann hört das Wachstum auf. Die Differenzialgleichung für die Abnahme des Substrats ist dann:

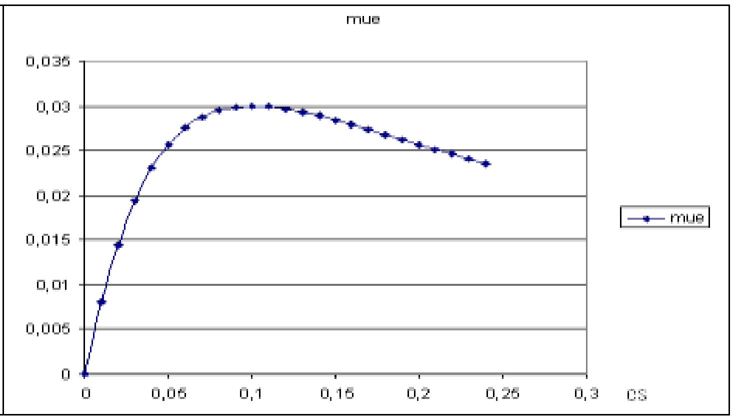
$$dS = -k\,dy = -k\,\mu\,y\,dt \quad bzw. \quad S_{neu} = S_{alt} + dS \quad oder \quad S_{neu} = S_{alt} - k\,\mu\,y\,dt$$

Kinetik heißt die Lehre von der Geschwindigkeit, mit der Prozesse ablaufen. Das Wachstum μ hängt u.a. auch von der Substratkonzentration c_s ab, d.h. μ ist eine Funktion von c_s . Eine bekannte Kinetikformel stammt von Haldane: Diese werden aus Fermenterversuchen durch Kurvenfit so bestimmt, dass die Kurve $\mu(c_S)$ sich bestmöglich den gemessenen Wachstumswerten bei unterschiedlichen Substratkonzentrationen c_s anpasst.

Die Haldane-Kinetik verwendet hier drei Konstanten: μ*, K_S und K_I.

$$\mu(c_S) = \frac{\mu^* c_S}{K_S + c_S + K_I\,c_S^2}$$

Unser Wachstum hat hier im Bild ein Maximum bei c_S=0,1 oder bei 10% Substratkonzentration.



Die Konstante μ* ist das theoretische Maximalwachstum. Die Konstante K_S legt fest, wie schnell der anfänglich gerade Anstieg von $\mu(c_S)$ abknickt und für $c_S \rightarrow \infty$ in eine waagrechte Gerade in der Höhe μ* einmünden würde. Dass die Kurve wieder absinkt, wird von dem Term $K_I\,c_S^2$ im Nenner der Haldane-Formel bewirkt. In diesem vorliegenden Beispiel einer Wachstumssimulation wurden folgende Zahlen verwendet:

$$\mu^* = 0{,}09 \quad , \quad K_S = 0{,}10 \quad \text{und} \quad K_I = 10.$$

Mortalität: Hefezellen leben nicht ewig. Wenn sie etwa zehnmal gesprosst haben, dann sterben sie ab. Sie sterben aber auch ab, wenn längere Zeit kein Substrat verfügbar ist oder ihr Lebensraum zu beengt oder vergiftet wird. Um die Mortalität M zu modellieren, berechnen wir die Hefekonzentration c_H = y/V in [Kg/l]. Wir machen den simplen Ansatz, dass mit steigender Hefekonzentration die Mortalität zunimmt und einen Teil des Wachstums frisst. Die toten Hefezellen sind jedoch nicht nutzlos, sondern Teil der Ernte. Das Wachstum μ hängt demnach nicht mehr nur von der Substratkonzentrationen c_s ab, sondern auch von der Hefekonzentration c_H. Wir machen hier einen denkbar simplen Ansatz: Das Wachstum sinkt linear, wenn sich die Hefekonzentration der kritischen Konzentration c_{HMax} nähert.

$$\mu(c_S, c_H) = \mu(c_S)\,M(c_H) \quad \text{mit} \quad M(c_H) = (c_{HMax} - c_H)/c_{HMax}$$

Je weiter sich demnach die Hefekonzentration c_H dem Maximalwert c_{HMax} nähert, desto mehr wird das Wachstum durch eine erhöhte Mortalität eingeschränkt. Natürlich sind auch andere Modellformeln möglich. Für c_{HMax} legen wir den Wert c_{HMax} = 0,1 fest, d.h. wenn ein Anteil an 10% Frischhefe im Fermenter vorliegt, hört das Wachstum auf.

Zusammenfassung der Daten und Formeln:

S_o = 1000 Kg Glukose als Startmenge an Trockensubstrat
Y_o = 50 Kg Frischhefe als Startmenge für die Hefe
dt = 1 Stunde als Zeitschritt
V = 10 m^3 oder 10.000 Liter als Flüssigkeitsvolumen des Fermenters
μ^* = 0,09 , K_S = 0,10 und K_I = 10 als Parameter der Haldane-Kinetik
c_{HMax} = 0,1 für die maximale Hefekonzentration in der Mortalitätsformel
k = 3,5 als Substrateinsatzkoeffizient

dy = μ y dt als Hefezuwachs pro Zeiteinheit
dS = - k μ y dt oder dS = - k dy als Substratabnahme pro Zeiteinheit
$\mu(c_S, c_H) = \mu(c_S) M(c_H)$ als Wachstumskoeffizient μ mit der Haldane-Kinetik

$\mu(c_S) = \dfrac{\mu^* c_S}{K_S + c_S + K_I c_S^2}$ und mit $M(c_H) = (c_{HMax} - c_H)/c_{HMax}$ als Mortalitätsterm.

Bei der Programmierung der Exceltabelle muss man aufpassen, dass man keine Zirkelbezüge programmiert. Die Tabelle beginnt wie immer mit den Eingangsdaten.

Zeile	A	B	C	D	E
1	So	1000	Startmenge	Substrat	Kg
2	Yo	50	Startmenge	Hefe	Kg
3	dt	1	Zeitschritt	in Stunden	h
4	V	10000	Volumen	Flüssigkeit	Liter
5	mue_stern	0,09	Konstante	Haldane	Kinetik
6	Ks	0,1	Konstante	Haldane	Kinetik
7	Ki	10	Konstante	Haldane	Kinetik
8	cHMax	0,1	Konstante	Mortalität	
9	k	3,5	Substrat-	einsatzkoeff.	

Für die Berechnung der Kurven aus den Differenzengleichungen (das sind vergröberte Differenzialgleichungen) sind nur die beiden Zeilen 15 und 16 der Tabelle wichtig. Der ganze Rest der Tabelle ergibt sich dann durch Ziehen. Die Formeln hinter den berechneten Zahlen sind in extra Boxen aufgelistet. Auf die Konstanten (Eingangsdaten) in Zellen, die später gezogen werden, muss mit festen Bezügen ($-Zeichen verwenden) zugegriffen werden.

=($B$5*E15/($B$6+E15+$B$7*E15^2))*($B$8-B15/$B$4)/$B$8

=B2 =B1/3 =wenn(A15>100; 0; (2/300)*$B$1*$B$3) =C15/$B$4

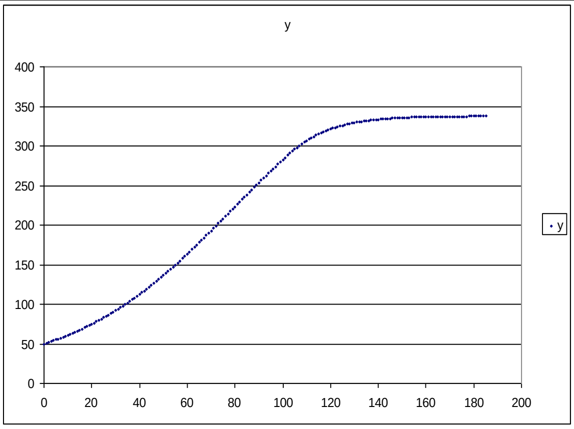
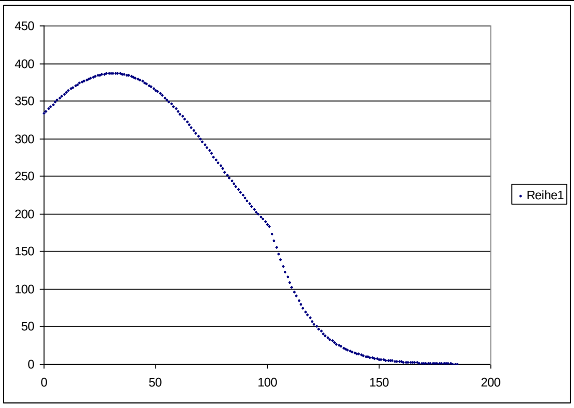
14	t	y	S	Feed	cs	mue
15	0	50,000	333,333	6,66667	0,033333	0,01973
16	1	50,986	336,547	6,66667	0,033654	0,01982

=A15+$B$3 =C15+D15-$B$9*F15*B15*$B$3

=B15+F15*B15*$B$3

- Die Schritte in diesem Tabellenteil sind:
- Sie tippen in Zelle A15 eine Null ein als Startwert für die Zeit t

- Sie kopieren mit der Anweisung =B2 die Startmenge der Hefe nach Zelle B15
- Sie geben mit =B1/3 eine Startmenge von $S_o/3$ für das Substrat S vor in Zelle C15
- Sie berechnen in Zelle D15 nach der Formel *=wenn(t>100; 0; (2/300)*S_o*dt)* die Substratdosierung (Feed) für die nächsten 100 Stunden (pro Stunde 1/100 von 2/3 von S_o.) In Excelnotation =wenn(A15>100; 0; (2/300)*$B$1*$B$3)
- Sie berechnen in Zelle E15 mit =C15/$B$4 die Substratkonzentration cs = S/V
- Sie berechnen mit =($B$5*E15/($B$6+E15+$B$7*E15^2))*($B$8-B15/$B$4)/$B$8 auf Zelle F15 den Wachstumskoeffizienten (Haldane-Kinetik und Mortalität) nach der Formel $\mu = (\mu^* c_s / (K_s + c_s + K_i c_s^2)) (c_{HMax} - y/V) / c_{HMax}$
- Sie berechnen in Zelle A16 die neue Zeit als $t_{neu} = t_{alt} + dt$ (In Excel =A15+$B$3)
- Sie berechnen in Zelle B16 die angewachsene Hefemenge (=B15+F15*B15*$B$3) nach der Formel $y_{neu} = y_{alt} + \mu\, y\, dt$. Wichtig ist dabei der Bezug auf das μ in der vorangehenden Zeile, da dieses μ bereits berechnet ist.
- Sie berechnen in Zelle C16 das neue S (=C15+D15-$B$9*F15*B15*$B$3) nach der Formel $S_{neu} = S_{alt} + Feed - k\, \mu\, y\, dt$. Auch hier beziehen wir uns auf das μ der vorangehenden Zeile.
- Sie ziehen die Zellen D15, E15 und F15 in die jeweils darunter liegende Zelle
- Sie selektieren die Zellen A16:F16 und ziehen diese Zeile immer weiter nach unten bis Sie sehen, dass die Hefemenge y in Spalte B nur noch unwesentlich wächst (Bei dt=1 etwa bis Zeile 200)

Sie selektieren die Zeitspalte t und die daneben liegende Spalte y mit den berechneten Zahlenwerten → Einfügen Diagramme → Diagrammtyp xy → Fertigstellen. Das Ergebnis ist die Kurve y(t), die die Zunahme der Hefemenge mit der Zeit zeigt.	Sie kopieren mit der Anweisung =A14 das t in Spalte H14. Sie kopieren mit der Anweisung =C14 das S in Spalte I14. Sie selektieren die beiden Zellen H14:I14 und ziehen. Sie erhalten eine Kopie der t- und der S-Spalte nebeneinander. Damit erzeugen Sie die S(t)-Graphik wie unten.
	

Der Zeitschritt dt=1 ist für eine exakte Berechnung eigentlich zu grob. Versuchen Sie es auch mit dt=0,25 oder dt=0,1. Natürlich müssen Sie dann die Tabelle deutlich länger ziehen, z.B. bis etwa Zeile 800 im Falle dt=0,25 bzw. bis etwa Zeile 2000 im Falle dt=0,1.

Der Knick in der S(t)-Kurve rührt übrigens daher, dass die Substratdosierung in diesem Beispiel bei t =100 Stunden endet. Wollen Sie nach einem Dosierungsplan vorgehen, der sich schlecht programmieren lässt, dann ziehen Sie in der Spalte Feed eine Null von Anfang bis Ende durch und setzen anschließend per Handarbeit die einzelnen Dosierungen zur richtigen Zeit t ein. Wichtig ist nur, dass die Gesamtmenge S_o eingehalten wird.

Ihre Aufgabe Hefewachstum:

Sie entnehmen nach der Gruppennummer Ihre Vorlage.

Gruppe 4-12	Gruppe 13-21	Gruppe 22-30	Gruppe 1-3, 31-36
Feed: Im Abstand von 2 Tagen wird jeweils 1/3 der vorgesehenen Substratmenge S_o eingesetzt. Wachstum μ: Sie verwenden die Mortalitätsformel $M(c_H) = (c_{HMax} - c_H)^{0,3} / c_{HMax}{}^{0,3}$	Feed: Jede Stunde wird die Menge $S_o/100$ eingesetzt, bis nach 100 Stunden die geplante Substratmenge S_o erreicht ist. Wachstum μ: Sie verwenden die Mortalitätsformel $M(c_H) = (c_{HMax} - c_H)^{0,2} / c_{HMax}{}^{0,2}$	Feed: Die halbe Startmenge S_o wird sofort zugegeben, die zweite Hälfte wird auf 150 Stunden gleichmäßig verteilt. Wachstum μ: Sie verwenden die Mortalitätsformel $M(c_H) = (c_{HMax} - c_H) / c_{HMax}$	Feed: 1/10 der Startmenge S_o wird sofort zugegeben, der Rest wird auf 80 Stunden gleichmäßig verteilt. Wachstum μ: Sie verwenden die Mortalitätsformel $M(c_H) = (c_{HMax} - c_H)^{1/2} / c_{HMax}{}^{1/2}$

Aufgabe 8: Lineare Regression mit Teststatistiken in Excel
Aufgabe: Spielen Sie zuerst das Beispiel einfache lineare Regression durch. Anschließend führen Sie nach dem Beispiel in Kapitel 8.2 eine multiple Regressionsanalyse durch mit Variablenselektion bzw. Konstantenselektion, bis nur noch signifikante Größen im Regressionsmodell verbleiben. Die Daten und ihre Benennung hängen von Ihrer Gruppennummer ab (siehe weiter unten).
Ergebnisse: Zwei EXCEL-Mappen *Aufgabe8einfach.xls* und *Aufgabe8multipel.xls* mit Daten, Berechnungen und Ergebnissen.

8.1 Einfache lineare Regression mit Teststatistiken in Excel

Die einfach lineare Regression setzt man z.B. bei folgenden Aufgaben ein:

- Man möchte eine Ausgleichsgerade durch Datenpunkte ziehen
- Man möchte den Anpassungsfehler (die Reststreuung) wissen
- Man möchte testen, ob der Anstieg signifikant ist
- Man möchte testen, ob die Konstante signifikant von Null verschieden ist, oder ob nicht eine Gerade durch den Ursprung die bessere Wahl wäre
- Man möchte die Gerade für eine Prognose verlängern und wissen, wie genau sind die prognostizierten Werte.

Die Funktion **=trend(y-Werte ; x-Werte)** berechnet die Erwartungswerte $\hat{y}_i$ der Ausgleichsgeraden, die durch die y- und x-Werte definiert ist. Die Funktion **=rgp(y-Werte ; x-Werte ; wahr ; wahr)** berechnet die Regressionskoeffizienten, deren Standardabweichungen, die Reststreuung, die Bestimmtheit r^2, deren Freiheitsgrad usw. einer einfachen oder multiplen Regression. Das erste *wahr* steht für ein "Modell **mit Regressionskonstante**", das zweite *wahr* für "außer den Koeffizienten weitere statistische Kennzahlen ausgeben", wie oben genannt. Die Abkürzung **SSE** steht im Schema unten für die 3-fach-Tastenbelegung Strg-Shift-Enter. Drücken Sie erst die beiden linken Tasten Strg und ⇑, dann zusätzlich ENTER. Zuerst tippen Sie die Spaltenbezeichnungen x, y, y-Dach als Text ein, dann die x-Zahlenwerte in die Felder A2 bis A7, dann die y-Zahlenwerte in B2 bis B7, dann laut Schema:

	S1=A	S2=B	S3=C
Z1	x	y	y-Dach
Z2	1,7	3,3	
Z3	2,3	4,1	
Z4	2,1	4,5	
Z5	2,4	4,7	
Z6	3,9	8,3	
Z7	1,6	3,3	
Z8			
Z9	2,20	-0,45	b1,bo
Z10	0,18	0,45	sb1,sbo
Z11	0,97	0,34	r2, sR
Z12	144	4	F, df
Z13	16,8	0,47	ssreg,ssres
Z14			
Z15	12	-1.0	t1, t2

Selektiere *C2:C7* und tippe ein:
=trend(*sel. B2:B7* **;** *sel. A2:A7* **)** <u>**SSE**</u>
(y-Werte x-Werte)
Auf *C2 bis C7* erscheinen die berechneten y-Dach-Werte. Jetzt wollen wir die Koeffizienten und Statistiken berechnen: Selektiere *A9:B13* und tippe ein:
=rgp(*sel.B2:B7***;***sel.A2:A7***;wahr;wahr)** <u>**SSE**</u>
Es erscheinen die Zahlen in Spalte A und B z.B. b1=Anstieg, bo=Regressionskonstante der Geraden y = bo + b1 x
Berechnung der t-Statistiken: Sel. *A15:B15*
= sel.A9:B9 / sel. A10:B10 <u>**SSE**</u>
die beiden Teststatistiken erscheinen

In den berechneten Statistiken bedeuten:

sb1, sb0 — die Standardabweichungen (Fehler) der beiden Koeffizienten b_1 und bo

r^2 — die multiple Bestimmtheit (bei einer einfach linearen Regression ist es das Quadrat des Korrelationskoeffizienten r)

sR — Reststreuung der Messpunkte um die Gerade (mittlere Abweichung)

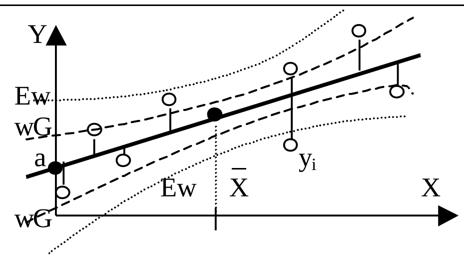
F — Testgröße (F-Statistik) hier zur Hypothese Ho: $b_1=0$ mit den Freiheitsgraden df1=1 und df2=df. Bei einer einfachen Regression wie hier im Beispiel ist $F=t_1^2$, und t_1 die t-Statistik für b_1 mit df Freiheitsgraden.

t_1, t_2 — sind die Teststatistiken zu den Koeffizienten b1 und b0. Man testet damit die Hypothesen Ho: b1=0 bzw. Ho: bo=0

ssreg — $=\sum (y_i - \bar{y})^2$, auch Summe der Abweichungsquadrate der y genannt (SAQyy)

ssresid — $=\sum (\hat{y}_i - y_i)^2 = \sum e_i^2$, auch Summe der Abweichungsquadrate bzw. Fehlerquadratsumme genannt.

Die Abbildung rechts zeigt die Regressionsgerade im X-Y-Koordinatensystem. Sie geht durch den Punkt **a** auf der Y-Achse und durch den Punkt ($\bar{x}$, $\bar{y}$). Die Messwerte y_i sind durch kleine Kreise, die Residuen e_i durch Striche dargestellt. Das Konfidenzintervall der wahren Geraden (wG) ist gestrichelt, das der Einzelwerte (Ew) ist gepunktet dargestellt.



Wir wollen eine Graphik der Regressionsgeraden mit den Messpunkten als gif-Datei in ein WORD-Dokument einfügen:

1. Selektiere *A1:C7*, d.h. die Spaltenbezeichner werden hier mitselektiert.
2. Klicke auf den Diagrammassistenten (das Ikon mit dem kleinen Säulendiagramm)
3. Wähle Diagrammtyp *Punkte (X,Y)* und dazu die Darstellung *"Linien mit Punkten"*

4. Klicke auf *Ende* und dann auf die Graphik (Sie muss jetzt schwarz umrandet sein). Klicke auf *Bearbeiten*, dann auf *Kopieren*, dann Excel minimieren (Das Minuszeichen ganz oben rechts)
5. ---> Alle Programme ---> Zubehör ---> Paint ---> Koffersymbol (Einfügen) ---> Speichern unter ---> Dateityp *.gif, Dateiname *Trend*, Ordner C1. Paint schließen.

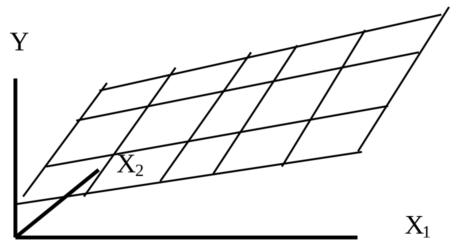
Die so erzeugte Bilddatei Trend.gif können Sie jetzt an beliebiger Position in ihre Hausarbeit importieren (Einfügen).

8.2 Multiple lineare Regression mit Excel

Die multiple Regression verknüpft p Einflussgrößen $X_1, X_2,..., X_p$ mit einer Zielgröße Y. Das Modell kann mit oder ohne Regressionskonstante b_o sein:

$$Y = b_o + b_1 * X_1 + b_2 * X_2 + ... + b_p * X_p + e$$

Die geometrische Interpretation ist eine Ebene



über dem von X_1, X_2, ... aufgespannten Raum. Die Regressionskoeffizienten $b_1, b_2,..., b_p$ (und b_0) werden nach der Methode der kleinsten Quadrate (Σe^2= Minimum) geschätzt. **e** ist der zufällige Fehler oder Residuum (Abweichung). Die multiple lineare Regression setzt man z.B. für folgende Aufgaben ein:

- Man möchte eine Ausgleichsebene durch Datenpunkte legen, d.h. den Einfluss mehrerer Einflussgrößen X_1, X_2, … auf eine Zielgröße Y durch eine lineare Formel darstellen. Mit dieser Formel kann man Werte vorhersagen (Prognose) oder zwischen Datenpunkten interpolieren.
- Man möchte wissen, ob die lineare Formel die Zielgröße genau genug wiedergibt. Man kann den Gesamteinfluss aller Einflussgrößen auf die Zielgröße global bewerten.
- Man möchte aus sehr vielen Einflussgrößen diejenigen heraussuchen, die einen signifikanten Einfluss auf die Zielgröße haben, d.h. man bewertet jede Einflussgröße einzeln.

Die multiple Regression schätzt aus p Einflussgrößen $X_1, X_2, …, X_p$ die Werte einer Zielgröße Y. Das am meisten benutzte Regressionsmodell ist die Ebenengleichung

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} + ... + b_p X_{ip} + e_i$$

Dabei ist Y_i ein beobachteter Wert der Zielgröße, X_{ij} ist der i-te Wert der j-ten Einflussgröße, b_0 ist die Regressionskonstante, b_1 , b_2 , ... , b_p sind Regressionskoeffizienten, e_i ist der Fehler im Datenpunkt i (oder Abweichung bzw. Residuum).

Beispiel Pflanzenwachstum: Der Ertrag in Abhängigkeit unterschiedlicher Parameter wird bestimmt. Die verfügbaren Daten sind in der folgenden Exceltabelle zu sehen.

Zeile	A	B	C	D	E	F
1	Bodenwert	Beregnung	Düngung	Temperatur	Bodendichte	Y = Ertrag
2	2	2	0,10	17	1320	1,1
3	2	3	0,15	19	1410	1,5
4	4	2	0,10	22	1190	1,8
5	3	4	0,20	20	1240	2,0

6	2	1	0	18	1240	0,80
7	1	3	0,10	18	1350	1,20
8	4	4	0	21	1270	1,95
9	2	3	0,20	15	1300	1,15

Wir markieren das Feld von A11:F15 und tippen eine Regressionsanweisung ein, die zuerst die Zielgrößenwerte Y nennt, dann die Einflussgrößenwerte X. Das erste „*wahr*“ legt ein Modell „*mit Konstante*“ fest, das zweite „*wahr*“ legt fest, dass wir außer den Koeffizienten weitere Werte berechnet haben möchten, z.B. die s_{bi}, R^2, s_R, usw. Es sind immer 5 Zeilen, die Sie markieren. Die Spaltenzahl richtet sich jedoch nach der Anzahl der Koeffizienten im Regressionsmodell (bo zählt mit, falls es berechnet werden soll).

=rgp(F2:F9; A2:E9; wahr; wahr)   Strg-Shift-Enter

Zeile 11	b_5=0,000129	b_4=0,0995	b_3=1,379	b_2=0,185	b_1=0,137	b_0= -1,597
12	s_{b5}=0,000369	s_{b4}=0,0119	s_{b3}=0,253	s_{b2}=0,0214	s_{b1}=0,0322	s_{b0}=0,514
13	R^2=0,997	s_R =0,0431				
14	F= 147,44	FG= 2				
15	ssreg=1,37	ssresid=0,0037	ssreg	ssresid		
16	Dichte	Temperatur	Düngung	Beregnung	Bodenwert	b_0

Wie man sieht, kehrt Excel die Reihenfolge der Regressionskoeffizienten um (b_5, b_4, ..., b_0). In den berechneten Statistiken in den Zeilen 12 bis 15 bedeuten im Falle der multiplen Regression:

s_{b5},..., s_{b0} die geschätzten Standardfehler der Koeffizienten b_5 ,..., bo

R^2 die multiple Bestimmtheit (bei einer einfach linearen Regression ist es das Quadrat des Korrelationskoeffizienten r. R^2 =0 heißt, dass keinerlei linearer Zusammenhang zwischen der Gesamtheit aller Einflussgrößen mit der Zielgröße besteht. R^2 =1 heißt, dass die Einflussgrößen die gegebenen y-Werte absolut exakt reproduzieren ohne jede Abweichung.)

s_R Reststreuung der Messpunkte um die berechnete Ebene (mittlere Abweichung)

F Testgröße (F-Statistik nach Fisher) zur Bewertung der multiplen Bestimmtheit. Hypothese Ho: „keine Bestimmtheit, ein Wert von R^2>0 ist rein zufällig“. Hypothese Ha: „Es besteht ein signifikanter Einfluss der Einflussgrößen auf die Zielvariable, ein Wert von R^2>0 ist nicht zufällig“. Die Irrtumswahrscheinlichkeit p bei Ablehnung von Ho (bzw. Annahme von Ha) berechnet man mit der Funktion FVERT(F ; n – FG – 1 ; FG) wenn b_o mitberechnet wird (mit TRUE ausgewählt), und wird auch als p-Value zum F-Test bezeichnet. Falls b_o nicht berechnet wird (mit FALSE abgewählt), schreiben Sie FVERT(F ; n – FG ; FG).

Die Summen ssreg und ssresid wurden schon bei der einfachen Regression kurz beschrieben. Für die Bewertung der Wichtigkeit der einzelnen Einflussgrößen bzw. der Konstanten für das Regressionsmodell hat man zu jedem Koeffizienten das Hypothesenpaar Ho und Ha. Ho sagt: „Diese Einflussgröße hat keinen linearen Einfluss auf die Zielgröße. Ein Wert bj $\neq$ 0 eines Koeffizienten ist rein zufällig“. Hypothese Ha sagt: „Diese Einflussgroße trägt signifikant zur Erklärung der Zielgröße bei.“ Praktisch berechnet man zu jedem Koeffizienten eine Teststatistik. Meistens wird die t-Statistik verwendet. Es gilt $t_i = \left| b_i / s_{bi} \right|$. Wir dividieren mit einer Excelanweisung gleich alle Koeffizienten und die Konstante durch ihren geschätzten Standardfehler und bilden den Absolutbetrag. Dazu markieren wir die Felder A18:F18 und tippen die nachfolgende Befehlszeile ein:

=ABS(A11:F11/A12:F12) Strg-Shift-Enter

Zeile 18	t_5=0,351	t_4=8,33	t_3=5,43	t_2=8,65	t_1=4,27	t_0=3,10

Die t-Verteilung hat eine ähnliche Gestalt wie die Normalverteilung (Glockenkurve). Die Funktion TVERT berechnet aus einem t-Wert, dem Freiheitsgrad FG von oben und der Zahl 2 die zweiseitige Irrtumswahrscheinlichkeit (p-Value) bei Ablehnung der Hypothese H_0 zum betreffenden Koeffizienten. Dieser p-Value (die Irrtumswahrscheinlichkeit) sollte möglichst klein sein, z.B. <0,05, denn dann bewerten wir die Einflussgröße als wesentlich (signifikant). Zur Berechnung der p-Values markieren wir die Zellen A20:F20 und tippen folgende Anweisung ein:

=TVERT(A18:F18; B14; 2) Strg-Shift-Enter

Zeile 20	p_5 = 0,75	p_4 = 0,014	p_3 = 0,032	p_2 = 0,013	p_1 = 0,0506	p_0 = 0,09

In der Forschung gibt man meist eine zulässige Irrtumswahrscheinlichkeit α = 5% (0,05) vor. D.h. mit 5% Wahrscheinlichkeit wollen wir uns bei der Bewertung einer Einflussgröße irren dürfen. Ist der berechnete p-Value größer α, dann entscheiden wir uns für Hypothese Ho (unwesentliche Einflussgröße). Ist $p \le \alpha$, dann entscheiden wir uns für Hypothese Ha (wesentliche Einflussgröße). Zur Darstellung der Hypothesenwahl markieren wir die Felder A22:F22 und tippen folgende Anweisung ein:

=wenn(A20:F20 > 0,05 ; „Ho“ ; „ Ha“)   Strg-Shift-Enter

Zeile 22	Ho	Ha	Ha	Ha	Ho	Ho
23	Dichte	Temperatur	Düngung	Beregnung	Bodenwert	b_0

Den schlechtesten p-Value (höchste Irrtumswahrscheinlichkeit) hat Einflussgröße X_5=Dichte. Wenn wir unser Regressionsmodell von unwesentlichen Bestandteilen befreien wollen, sollten wir zuerst diese Einflussgröße entfernen (Schrittweiser Abbau). Entfernen Sie jedoch in jedem Schritt immer nur einen Term, d.h. eine Einflussgröße oder die Konstante bo. Durch Korrelationen zwischen den Einflussgrößen ändern sich die p-Values oft dramatisch bei Wegnahme oder Hinzunahme einer einzelnen Einflussgröße. Die Regressionskonstante bo kann man entfernen, indem man statt des ersten „*wahr*“ in der rgp-Anweisung ein „*falsch*“ schreibt.

Den globalen Test auf einen signifikanten linearen Zusammenhang der Gesamtheit der Einflussgrößen auf die Zielgröße macht man mit dem F-Test (siehe oben bei der Erklärung des F). Das folgende Rechenschema liefert den p-Value und die Hypothese Ho bzw. Ha. Jede eingetippte Anweisung schließen Sie mit ENTER ab.

	A	B	C	D	E	F
	=ANZAHL(A2:A9)		=FVERT(A14; A24-B14-1; B14)			=wenn(….
Zeile 24	**8**		**0,0067**			**Ha**
Zeile 25	Anzahl		p-Value			Hypothese

Die Wenn-Anweisung, die Sie in Zelle F24 eintippen, lautet vollständig:

=wenn(C24 > 0,05 ; „Ho“ ; „Ha“)

Ihre Aufgabe Multiple Regressionsanalyse :

Sie entnehmen nach der Gruppennummer Ihre Vorlage.

Gruppe 5-13				Gruppe 14-22				Gruppe 23-31				Gruppe 1-4, 32-36			
Zielgröße sind Kosten Ko, Einflussgrößen sind Stromstärke Str, Spannung Spa, Gewicht Gew				Zielgröße ist Zugfestigkeit Z, Einflussgrößen sind Pressdruck Pd, Dauer t, Leimmenge L				Zielgröße ist Dichte D, Einflussgrößen sind Kiesanteil K, Zementanteil Z, Mischdauer t				Zielgröße ist Bodenwertzahl Bz, Einflussgrößen sind Beregnung Be, Humus Hu, Tonmenge Ton			
Ko	Str	Spa	Gew	Z	Pd	t	L	D	K	Z	t	Bz	Be	Hu	Ton
3,95	0,49	0,40	0,72	2,51	0,18	0,60	0,66	0,84	0,02	0,89	0,04	0,78	0,06	0,55	0,35
2,93	0,25	0,41	0,27	0,12	0,03	0,04	0,50	2,01	0,50	0,42	0,45	1,03	0,94	0,77	0,78
3,16	0,29	0,45	0,02	3,98	0,84	0,69	0,58	1,15	0,25	0,73	0,16	1,25	0,24	0,98	0,97
4,87	0,78	0,21	0,02	1,22	0,36	0,19	0,72	3,05	0,90	0,67	0,86	0,80	0,59	0,68	0,10
3,62	0,26	0,77	0,92	0,24	0,11	0,05	0,74	1,14	0,09	0,80	0,29	0,51	0,83	0,26	0,04
5,55,	0,81	0,45	0,04	0,61	0,07	0,16	0,67	2,01	0,24	0,99	0,93	0,64	0,60	0,43	0,04
4,89	0,74	0,30	0,71	4,89	0,96	0,87	0,65	2,10	0,79	0,70	0,04	0,93	0,87	0,88	0,02
6.66	0,99	0,69	0,18	1,11	0,56	0,08	0,50	1,72	0,57	0,77	0,02	0,70	0,88	0,44	0,27
3,82	0,55	0,18	0,40	3,68	0,70	0,66	0,41	2,09	0,53	0,64	0,48	1,09	0,60	0,93	0,52
3,91	0,51	0,34	0,76	2,85	0,65	0,49	0,86	1,18	0,15	0,12	0,18	0,55	0 45	0,07	0,75
5,49	0,81	0,47	0,82	1,49	0,06	0,39	0,53	2,33	0,66	0,32	0,53	0,49	0,50	0,19	0,15
5,71	0,72	0,80	0,70	3,38	0,81	0,53	0,23	2,20	0,77	0,84	0,19	1,05	0,73	0,69	0,98
2,01	0,08	0,32	0,79	2,37	0,39	0,44	0,11	1,37	0,18	0,89	0,33	0,52	0,12	0,09	0,53
6,33	0,90	0,71	0,66	4,48	0,60	0,90	0,24	1,94	0,31	0,75	0,77	0,89	0,30	0,60	0,61

a) a) Tippen Sie ihre Daten in die Exceltabelle ein. Vergessen Sie nicht die Spaltenüberschriften.

b) Führen Sie wie im gezeigten Beispiel im Kapitel 8.2 eine Regressionsanalyse durch. Bestimmen Sie die t-Werte für die 4 Koeffizienten (Konstante, 3 Regressionskoeffizienten)

c) Wiederholen Sie die Regression unter Auslassung eines nicht signifikanten Koeffizienten. Ist die Konstante b_o nicht signifikant, dann reicht eine Wiederholung der Regression, wobei das erste WAHR in ein FALSE umgewandelt wird (Modell ohne Konstante). Ist jedoch einer der 3 Regressionskoeffizienten nicht signifikant, dann müssen Sie eventuell die Datenreihen kopieren. Dabei lassen Sie die Einflussgröße weg, die nicht signifikant ist (reverse Reihenfolge der Koeffizienten beachten!!!). Die Datenreihen der verbliebenen zwei Einflussgrößen müssen direkt nebeneinander stehen.

d) Programmieren Sie die Ausgabe der Hypothesen Ho bzw. Ha.

Aufgabe 9: Nichtlineare Kurvenanpassung / Optimierung (Solver)

Aufgabe: Unter Benutzung des Solvers ist eine Optimierungsaufgabe zu lösen. Ganz wichtig dabei sind Startwerte und Beschränkungen der Parameter. Die Daten und ihre konkrete Aufgabenstellung hängen von Ihrer Gruppennummer ab (siehe weiter unten).
Ergebnisse: EXCEL-Mappe *Aufgabe9.xls* mit Daten, Berechnungen und Ergebnissen.

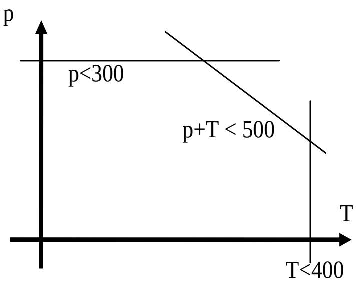
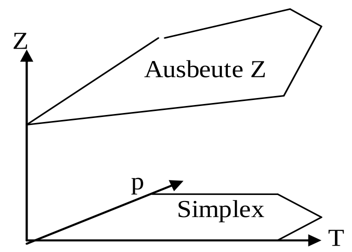
Optimieren heißt, dass eine Größe entweder minimiert oder aber maximiert werden soll. Beispiele für Minimierung sind Kostenminimierung, Schadstoffminimierung, Zeitminimierung. Beispiele für Maximierung sind Gewinnmaximierung oder Ausbeutemaximierung.

Die Anpassung einer Kurve an gemessene Daten kann als Minimierungsaufgabe verstanden werden. Die Abweichungen der n Datenpunkte Y_i von den Funktionswerten $f(X_i)$ sollen möglichst gering sein. Nach Gauß minimiert man die Summe der Abweichungsquadrate (kurz Summe der Fehlerquadrate):

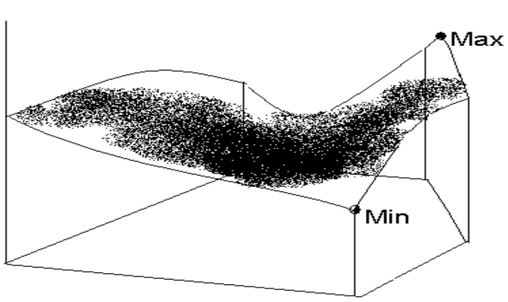
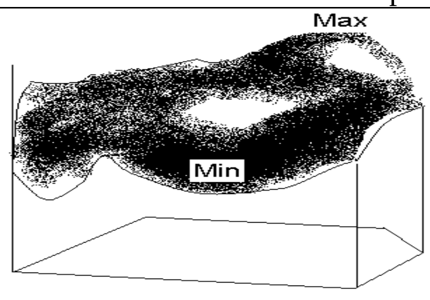
$$\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - f\left(X_i\right)\right)^2 = Minimum$$

Bei den meisten Optimierungsaufgaben sind Nebenbedingungen einzuhalten. So kann ein Ingenieur nicht beliebig Druck p und Temperatur T in seiner Apparatur erhöhen, auch wenn dadurch die Ausbeute gesteigert werden könnte. Material- und Sicherheitsbeschränkungen legen die Grenzen fest. Z.B. könnte für den Druck p die Beschränkung bestehen, dass er 300 bar nicht überschreiten darf. Für die Temperatur T gelte die Oberschranke 400°C. Da Material bei höheren Temperaturen an Festigkeit verliert, gelte zusätzlich die Einschränkung, dass die Summe aus Druck und Temperatur, d.h. p+T, den Wert von 500 nicht übersteigen darf. Diese Einschränkungen oder Nebenbedingungen bilden ein Simplex im Parameterraum.

Ein Simplex ist eine umgrenzte Fläche, ein umgrenzter Raum oder Hyperraum (allgemein ein n-dimensionaler Körper) der durch Geraden, ebene Flächen oder ebene Hyperflächen begrenzt wird. Durch diese Art der Begrenzung ist das Simplex immer konvex, hat also keine Einbuchtungen nach innen.

Simplex für Druck p und Temperatur T	Lineare Ausbeutefunktion Z(p,T)
 	

Bei einer linearen Zielfunktion, z.B. einer schrägen Ebene Z(p,T) über einer Simplexfläche (p, T), liegt das Minimum oder Maximum der Zielfunktion immer am Rand, zumeist in einer Ecke. Bei nichtlinearen Zielfunktionen (Hügellandschaften) kann das Maximum oder Minimum im Inneren des Simplex liegen, aber auch irgendwo auf dem Rand.

Nichtlineare Zielfunktion mit Minimum bzw. Maximum am Rand des Simplex	Nichtlineare Zielfunktion mit Minimum bzw. Maximum im Inneren des Simplex
 	

Die Minimum- bzw. Maximumsuche hängt von verschiedenen Gegebenheiten ab, z.B.:

- Dimensionalität $\mathbf{N_p}$ des Simplex, d.h. Anzahl N_p der Parameter
- Hat die Zielfunktion nur ein Minimum oder sind viele Minima möglich
- Ist die Zielfunktion als Formel gegeben oder in Form von Messwerten (Datenpunkten) oder sollen die erforderlichen Daten gar erst nach und nach bei der Suche nach dem Optimum gemessen werden (sequentielle Optimierung)

Je nach Gegebenheit verwendet man z.B.:

- Gradientenverfahren, d.h. man startet von einem Startpunkt und bewegt sich in Richtung des steilsten Anstiegs (Maximierung) oder in Richtung des steilsten Abstiegs (Minimierung). Bei einem Minimum bzw. Maximum endet die Suche. Meist ist es nur ein lokales Minimum bzw. Maximum, das man gefunden hat.
- Stochastische Suchverfahren, d.h. man untersucht die Zielfunktion an vielen zufällig ausgewählten Punkten im Simplex.
- Eine Kombination aus Gradientenverfahren und stochastischer Suche, damit man bei mehreren Minima mit hoher Wahrscheinlichkeit das tiefste Minimum im Simplex findet.

Der Microsoft Excel Solver verwendet den nichtlinearen Optimierungscode GRG2 (Generalized Reduced Gradient), der von Leon Lasdon, University of Texas in Austin, und Allan Waren, Cleveland State University, entwickelt wurde.

Bei linearen und ganzzahligen Problemen werden die Simplexmethode, bei der die Variablen Beschränkungen unterliegen, und die Branch-And-Bound-Methode verwendet, die von John Watson und Dan Fylstra bei Frontline Systems, Inc. entwickelt wurde.

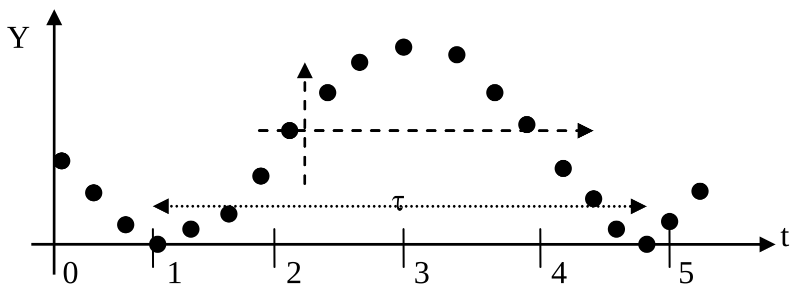
Achtung Openoffice: Der Solver löst nur lineare Gleichungen. Sie müssen die Parameter selbst verändern, um das Minimum zu finden.

9.1 Nichtlineare Kurvenanpassung

Bei nichtlinearer Kurvenanpassung versagt die lineare Regressionsanalyse.
Beispiel: Die Funktion

$$f(t) = A \cdot \sin(\omega\, t + \varphi) + B$$

soll an Daten Y(t) angepasst werden. Die Daten Y(t) sind durch schwarze Punkte im Y-t-Diagramm dargestellt.



A und B sind sogenannte “lineare Koeffizienten”. Diese können direkt und sehr effektiv von der Regressionsfunktion =rgp(…) berechnet werden. Die Kreisfrequenz ω und der Phasenwinkel φ sind sogenannte “nichtlineare Parameter”. Diese Größen kann nur der **Solver** berechnen.

Der Solver ist ein Add-In in Excel. Er berechnet unter Einhaltung von vorgegebenen Nebenbedingungen die Lösung beliebiger Gleichungssysteme. Im Prinzip läuft hier die Berechnung auf eine Minimierung des Fehlerquadrats der Regression hinaus (minimale Reststreuung). Der Solver “probiert” mit verschiedenen Werten von ω und φ die Anpassung der Sinusfunktion f(t) an die vorgegebenen Datenpunkte, bis er ein Zahlenpaar ω und φ gefunden hat, bei dem die Reststreuung der Regression minimal wird, d.h., bei dem die Kurve f(t) möglichst dicht an allen Datenpunkten vorbeiführt. Regressionsfunktion =rgp(…) und Solver arbeiten hier verzahnt, d.h. immer abwechselnd. Für ein vom Solver vorgegebenes Zahlenpaar ω und φ berechnet die Regressionsfunktion rgp(…) die minimale Reststreuung zu diesem Zahlenpaar. Dann gibt der Solver ein neues Zahlenpaar ω und φ vor und das Spiel wiederholt sich, bis keine weitere Verkleinerung der minimalen Reststreuung mehr möglich ist.

Wichtig ist, dass man dem Solver durch “Nebenbedingungen” die Intervalle einschränkt, in denen er die nichtlinearen Parameter ω und φ suchen soll. Ansonsten könnte es passieren, dass der Solver Lösungen findet, die wir nicht wollen. Das gestrichelte Koordinatensystem in der obigen Graphik zeigt, wo eine “normale” Sinusfunktion eigentlich beginnen müsste, nämlich mit einer Aufwärtsbewegung in halber Höhe der Datenpunkte. Das gestrichelte Koordinatensystem zeigt damit quasi auf einen “Nullpunkt” der Sinusfunktion. Die Rechtsverschiebung des gestrichelten Koordinatensystems gegenüber Zeitpunkt t = 0 ist die Phase φ. Die Verschiebung des gestrichelten Koordinatensystems nach oben ist Parameter B, die Regressionskonstante.

Wie kann man aus der Graphik Startwerte und Intervalle für die nichtlinearen Parameter ω und φ erhalten? Einen ungefähren Wert für ω erhalten wir aus der Periodendauer τ der Welle (in der Graphik der gepunktete Doppelpfeil). Die Periodendauer ist die Dauer einer Welle, d.h. von Minimum bis Minimum oder von Maximum bis Maximum. Der τ-Doppelpfeil hat in der Graphik ungefähr die Länge τ =3,8. Mit der Formel $\omega = 2\pi / \tau$ erhalten wir den Wert ω = 1,65.

Phasenwinkel φ erhalten wir so: Das Vorzeichen ist negativ, da der “Nullpunkt der Sinuswelle” (d.h. das gestrichelte Koordinatensystem) rechts vom Koordinatenursprung t=0 liegt. Die Verschiebung **Δt** des gestrichelten Koordinatensystems gegenüber dem Koordinatenursprung beträgt etwa Δt = 2,2 (siehe Graphik oben). Nach der Formel $\varphi = 2\pi \cdot \Delta t / \tau$ erhalten wir einen Betrag von 3,64 und mit dem oben festgelegten Vorzeichen dann den geschätzten Phasenwinkel $\varphi = -3{,}64$ [Rad].

Wir geben dem Solver diese Werte als Startwerte vor mit den Nebenbedingungen, dass er die optimalen Werte von ω und φ in einem von uns willkürlich festgelegten Umkreis um ω = 1,65 und $\varphi = -3{,}64$ suchen soll. Die Nebenbedingungen könnten also sein:

$$\omega > 1{,}3 \quad \text{und} \quad \omega < 2{,}0$$
$$\varphi > -4 \quad \text{und} \quad \varphi < -3$$

D.h., wir geben dem Solver einen gewissen “Spielraum” für die Variation der beiden nichtlinearen Parameter ω und φ. Die Berechnung der beiden linearen Parameter A und B überlassen wir der Regressionsfunktion =rgp(…), deren Ergebnisse auf den Zellen C25:D29 im unten dargestellten Excelblatt erscheinen. In Spalte E müssen wir die sogenannten “X-Werte” der Regression bereitstellen. Diese bestehen aus der abgespeckten Formel für f(t). Wir entfernen aus der Formel die linearen Parameter A und B und setzen dann die t-Werte unserer Daten ein. In unserem Falle ergibt sich die Berechnungsformel $X = \sin(\omega t + \varphi)$, die wir folgendermaßen in Zelle E2 programmieren:

=SIN($B$1 * C2 + $B$2)   Zelle E2 ziehen wir bis Zeile 22 nach unten.

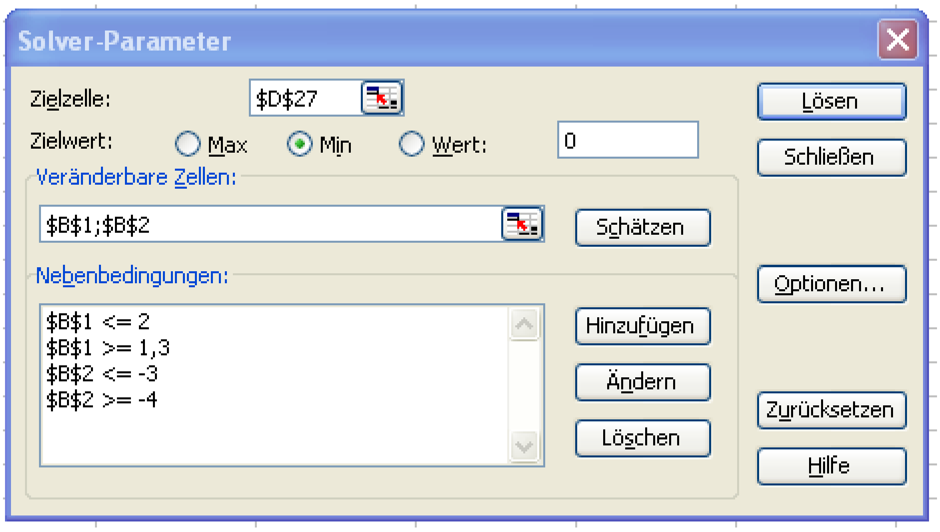
	A	B	C	D	E
1	w	1,59926556	t	Y	=sin(wt+phi)
2	phi	-3,59577599	0	2,2	0,43872859
3			0,25	1,5	0,05434016
4			0,5	1	-0,33861961
5			0,75	0,6	-0,6781672
6			1	0,2	-0,91074406
7			1,25	0,1	-0,99966467
8			1,5	0,2	-0,93090314
9			1,75	0,5	-0,71530556
10			2	1	-0,38687922
11			2,25	1,5	0,00257152
12			2,5	2	0,39161664
13			2,75	2,5	0,7188901
14			3	2,8	0,9327694
15			3,25	3	0,99951827
16			3,5	2,8	0,9086081
17			3,75	2,4	0,67437859
18			4	2	0,33377594
19			4,25	1,4	-0,05947486
20			4,5	0,9	-0,4433444
21			4,75	0,4	-0,75728299
22			5	0,2	-0,95177152
23					
24			Parameter A	Parameter B	
25		Regressions-ergebnisse:	1,40932401	1,50570252	=rgp(D2:D22 ; E2:E22; wahr; wahr) Strg-Shift-Enter
26			0,01424182	0,00969779	
27			0,99806348	0,04411933	Reststreuung
28			9792,4294	19	
29			19,0611115	0,03698379	

Für die Ausführung der einfachen linearen Regression zur Berechnung der linearen Parameter A und B selektieren wir das Feld C25:D29. Dann programmieren wir die Regresssionsfunktion:

=rgp(D2:D22 ; E2:E22; wahr; wahr)   und die Dreifachtaste Strg-Shift-Enter.

Der lineare Koeffizient A erscheint auf Zelle C25, Koeffizient B auf Zelle D25. Die Reststreuung erscheint auf Zelle D27. Die Reststreuung soll vom Solver durch wiederholte Ausführung der Regression mit verschiedenen Werten von ω und φ, die wiederum auf veränderte X-Werte führen, minimiert werden. D27 heißt Zielzelle des Solvers.

Das Solver-Fenster kann man an einer beliebigen Stelle des Excelblatts platzieren. Man klickt auf eine freie Zelle, dann auf Solver (Aktivierung siehe weiter unten). Man schließt es nach der Arbeit des Solvers wieder.



Ausgehend von den Startwerten ω = 1,65 (auf Zelle $B$1) und $\varphi = -3{,}64$ (auf Zelle $B$2) minimiert der Solver die Reststreuung der Regression auf Zelle $D$27 (Zielzelle). Die von der Regression gefundenen linearen Koeffizienten sind für dieses Datenbeispiel ungefähr A=1,41 und B=1,51. Der Solver findet die optimalen Werte der nichtlinearen Parameter ungefähr bei ω=1,60 und φ= -3,60. Die genauen Werte für ihre Daten sollen Sie selbst finden. Die von der Regressionsfunktion und vom Solver gemeinsam gefundenen Parameterwerte A, B, ω und φ liefern die bestmögliche Anpassung der Kurve $f(t)=A\cdot\sin(\omega t+\varphi)+B$ an die Daten.

Achtung Openoffice: Der Solver löst nur lineare Gleichungen. Sie müssen die Parameter selbst verändern, um das Minimum zu finden.
Wie aktiviert man den Solver (EXCEL 2007):

→Schaltfläche "Office" (ganz links oben der runde Button) →Excel-Optionen→im linken Teil des geöffneten Fensters "Add-Ins" anklicken → Solver anklicken → unten im Fenster "gehe zu…" anklicken → wir sind im Fenster "Add-Ins": Solver mit einem Häkchen versehen und O.K. geben.

Aufruf des Solvers:
→ Menübutton "Daten" (oben Mitte) → Solver (ganz rechts) anklicken. Es erscheint das oben im Bild gezeigte Solverfenster.

Zielzelle ist die Zelle, deren Wert minimiert oder maximiert werden soll (hier D27). Vergessen Sie nicht *Min* bei Minimierung, *Max* bei Maximierung anzuklicken.
Veränderbare Zellen sind hier die Zellen w (Zelle B1, d.h. unser ω) und phi (Zelle B2, d.h. unsere Phase φ) mit den Startwerten w=1,65 und phi= -3,64.
Bei der Eingabe der **Nebenbedingungen** klickt man zuerst auf "Hinzufügen". Es erscheint ein niedriges, einzeiliges Fenster für nur eine Nebenbedingung. Klicken Sie auf Zelle B1 in der Exceltabelle, dann wählen Sie ">=" oder "<=" und dann schreiben Sie rechts in das Feld den Zahlenwert. Anschließend "Hinzufügen" Haben Sie alle Nebenbedingungen eingegeben, kommen Sie mit "Abbrechen" aus diesem Zyklus heraus. Excel macht selbständig feste Bezüge aus allen Zellbezügen, z.B. wird *B1* automatisch in *$B$1* umgeändert.

Sind alle Felder ausgefüllt, klicken wir auf "Lösen". Der Solver sucht die optimalen Werte der veränderlichen Zellen unter Einhaltung der Nebenbedingungen, bis das Minimum (bzw. Maximum) der Zielzelle erreicht ist.

Ihre Arbeitsschritte in Kurzform sind:

- Stellen Sie f(t) graphisch dar als x-y-Diagramm und bestimmen Sie Startwerte und Intervallgrenzen für ω und φ nach dem Beispiel oben im Skript. Die Startwerte speichern Sie in die veränderbaren Zellen w und phi.
- Berechnen Sie eine Spalte der "X-Werte" mit der Formel X=sin(ωt+φ)
- Berechnen Sie die lineare einfache Regression (rgp): y-Werte sind die f(t), x-Werte sind die Werte der X-Spalte.
- Lassen Sie vom Solver die Reststreuung der Regression minimieren unter Einhaltung der Intervallgrenzen für ω und φ.
- Stellen Sie das Ergebnis graphisch dar, indem Sie zuerst auf Tabellenspalte E eine Funktionswertspalte f2(t)=A+B·sin(ωt+φ) erzeugen, d.h. zu jedem t-Wert einen zugehörigen Funktionswert berechnen. Machen Sie ein x-y-Diagramm mit den 3 Spalten t, f(t), f2(t). Bei der Darstellung von f(t) arbeiten Sie mit kleinen pinkfarbenen Karos und ohne Linie. F2(t) stellen Sie mit kleinen schwarzen Karos und mit Linie dar.
- Kopieren Sie die Ausgangsdaten, das Solverfenster, die berechneten Werte von A, B, ω und φ sowie die t-f(t)-f2(t)-Graphik in Ihre Heimarbeit.

9.2 Anpassung der Haldane-Kinetik-Formel an Wachstumsdaten

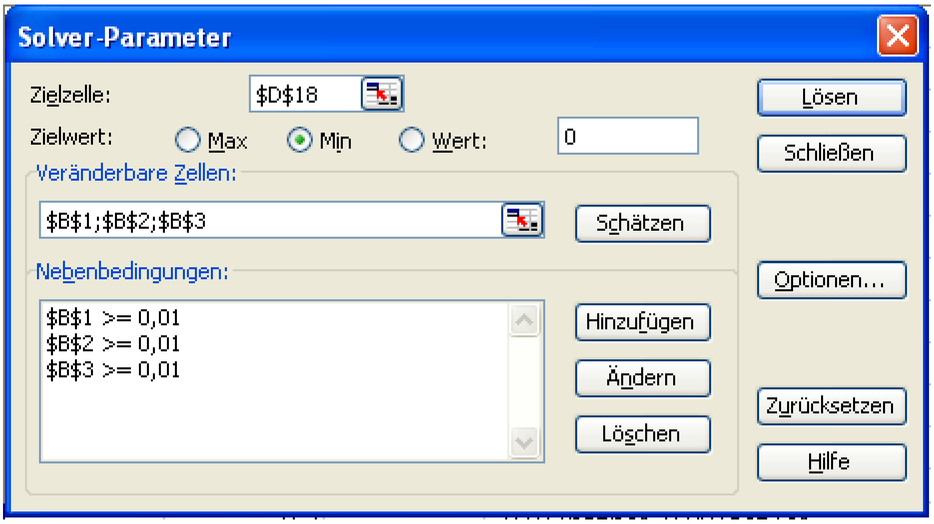
Die Formel von Haldane lautet $\mu(c) = \dfrac{\mu^* \cdot c}{K_S + c + K_I \cdot c^2}$.

Dabei ist μ [1/h] das Wachstum, d.h. die relative Massenzunahme der Bakterienkultur und c die Substratkonzentration, z.B. Zucker in [%]. Die Formel hat drei Parameter: μ^*, K_S und K_I. Ihre Werte stehen auf den Zellen B1, B2, B3. Die Messdaten stehen auf den Zellen A6:B16. Wir programmen die Kurve Mue(c) auf den Zellen C6:C16. Dabei benutzen wir für die drei Parameterzellen feste Bezüge (z.B. $B$1 statt B1). Auf D6:D16 berechnen wir die Abweichungsquadrate zwischen Messwerten Mue und den Funktionswerten Mue(c), d.h. (Mue-Mue(c))^2. Auf D18 bilden wir die Summe der Abweichungsquadrate. Die Zellen A17:A67 und C17:C67 belegen wir erst später im Zuge der graphischen Darstellung.

	A	B	C	D
1	MueStern	1		
2	KS	1		
3	KI	1		
4				
5	c	Mue	Mue(c)	(Mue-Mue(c))^2
6	0	0	=($B$1*A6)/($B$2+A6+$B$3*A6^2)	=(B6-C6)^2
7	1	0,06	ziehen	ziehen
8	2	0,15	ziehen	ziehen
…	…	…	…	…
16	10	0,17	Ziehen bis hier	Ziehen bis hier
17	0,2		Später weiterziehen	
18	0,4		ziehen	=summe(D6:D16)
19	0,6		ziehen	
…	…		…	
67	10,0		Ziehen bis hier	

Jetzt lassen wir den Solver arbeiten (Aktivierung und Aufruf siehe im Abschnitt 9.1): Er soll die Summe der Abweichungsquadrate, d.h. Zielzelle D18 minimieren, indem er die Werte auf den Zellen B1, B2, B3 verändert. Nebenbedingungen sind hier lediglich, dass keiner der Werte kleiner als 0,01 wird. Die vom Solver gefundenen Werte für μ*, K_S und K_I sehen verrückt aus, liefern aber eine gute Anpassung der Kurve an die Messdaten.

Achtung Openoffice: Der Solver löst nur lineare Gleichungen. Sie müssen die Parameter selbst verändern, um das Minimum zu finden.

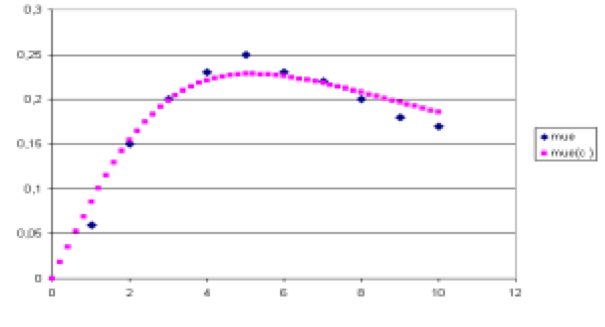


Die gefundenen Parameterwerte für μ*, K_S und K_I sind jedoch so biologisch nicht interpretierbar. μ* hat z.B. die Bedeutung eines "theoretischen Maximalwachstums" und sollte einen Wert haben, der maximal zwei- oder dreimal größer ist, als der höchste gemessene Wachstumswert μ. Wir wiederholen desshalb die Anpassung für die verkürzte Formel $\mu(c) = (\mu^* \cdot c)/(K_S + c)$ mit den 2 veränderbaren Zellen μ* und K_S, benutzen aber dafür nur die ersten 7 Datenpunkte von A6:B12, d.h. wir lassen den absteigenden Ast der Daten weg. Zuerst speichern Sie die 7 Datenpaare zusammen mit ihren Spaltenbezeichnung um nach A70:B77. Dann berechnen Sie die C- und die D-Spalte, zuletzt die Summe der Abweichungsquadrate auf Zelle D79.

	A	B	C	D
70	c	Mue	MueKurz(c)	(Mue-MueKurz(c))^2
71	0	0	=$B$1*A71/($B$2+A71)	=(B71-C71)^2
72	1	0,06	ziehen	ziehen
…	…	…	…	…
77	6	0,23	Ziehen bis hier	Ziehen bis hier
78				
79				=summe(D71:D77)

Jetzt lassen Sie den Solver die Summe der Abweichungsquadrate auf Zielzelle $D$79 minimieren. Den so gewonnenen μ*-Wert, der zwischen 0,3 und 0,5 liegen müsste, fixieren Sie, indem Sie ihn ab jetzt nicht mehr als veränderbare Zelle angeben, d.h. Sie streichen $B$1 aus der Liste der Solver-Parameter und aus den Nebenbedingungen und wiederholen die erste Minimierung der Zielzelle $D$18 ohne die veränderbare Zelle $B$1 und ohne ihre Nebenbedingung. Sie müssen für K_S einen Wert zwischen 2,5 und 3,0 und für K_I einen Wert zwischen 0,05 und 0,10 erhalten.

Um die Anpassung graphisch darzustellen, erzeugen wir weitere c-Werte in der A-Spalte auf A17:A67 und ziehen die C-Spalte weiter von C17:C67. Dann erzeugen wir eine x-y-Graphik der Werte von A5:C67.
Die originalen Messwerte machen Sie dicker, die Punkte der berechneten Kurve machen Sie kleiner.

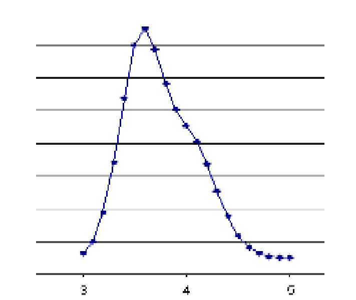


Ihre Arbeitsschritte in Kurzform sind:

- Zellen der 3 Parameter : μ*, K_S und K_I anlegen und jeden Wert 1 setzen
- Konzentrationswerte c und Messwerte Mue eintippen
- Funktionswertspalte Mue(c) anlegen nach der Haldane-Formel
- Spalte der Abweichungsquadrate anlegen und deren Summe bilden
- Lassen Sie vom Solver die Summe der Abweichungsquadrate minimieren
- Die ersten 7 Datenpunkte umkopieren
- Funktionswertspalte MueKurz(c) anlegen nach der verkürzten Haldane-Formel
- Spalte der Abweichungsquadrate anlegen und deren Summe bilden
- Lassen Sie vom Solver auch diese Summe der Abweichungsquadrate minimieren
- Wiederholen Sie die erste Minimierung mit einem fixierten Wert von μ*
- Stellen Sie das Ergebnis graphisch dar, indem Sie zuerst die Spalte c verlängern. Dann berechnen Sie zu jedem c-Wert den Mue(c)-Wert (Spalte einfach weiterziehen). Die Zellen unter den Messwerten Mue lassen Sie leer. Machen Sie ein x-y-Diagramm mit den 3 Spalten c, Mue, Mue(c). Bei der Darstellung von Mue arbeiten Sie mit großen Karos. Mue(c) mit kleinen Karos.
- Kopieren Sie die Ausgangsdaten, das Solverfenster, die berechneten Werte von μ*, K_S und K_I sowie die Graphik in Ihre Heimarbeit

9.3 Anpassung einer Gaußkurvensumme an Messdaten

Bei der Massenspektroskopie oder der Gaschromatographie entstehen Messkurven, die aus einzelnen Peaks (Spitzen) bestehen. Es ist üblich, eine solchen Peak (oder “Linie”) als schmale Gaußkurve (Glockenkurve) zu modellieren. Stehen zwei Peaks dicht nebeneinander, dann ist es oft schwer, die beiden Glockenkurven sauber zu trennen (Siehe Graphik rechts).
An einem Peak interessiert die genaue Lage μ auf der x-Achse, die Breite σ und die Fläche B.



Die Gaußkurvenformel für einen einzelnen Peak ist hier

$$f(x) = A + \frac{B}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} .$$

Dabei sind A und B lineare Parameter. A ist die Höhe der Grundlinie des Peaks über der x-Achse. B ist die Gesamtfläche des Peaks ohne den Anteil unter der Grundlinie. Die beiden Parameter μ und σ^2 sind nichtlineare Parameter. Parameter μ ist die Position des Peaks, σ ist die halbe Breite zwischen den Wendepunkten der Glockekurve (kurz *Halbwertsbreite*).

Liegen zwei Peaks sehr dicht zusammen, wie in der kleinen Graphik oben, dann modelliert man sie gemeinsam als Summe zweier Gaußkurven mit einer gemeinsamen Grundlinie auf Höhe A:

$$f(x)=A+\frac{B_1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}}e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}}+\frac{B_2}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}}e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}}$$

mit den 3 linearen Parametern A, B_1 und B_2, und den 4 nichtlinearen Parametern μ_1, μ_2, σ_1^2 und σ_2^2. Wichtig ist eine saubere Zuordnung der Peakmittelpunkte μ_1 und μ_2, d.h. wir müssen durch eine Nebenbedingung festlegen, dass z.B. μ_1 immer kleiner als μ_2 zu sein hat. Die linearen Parameter lassen wir von der Regressionsfunktion =rgp(…) berechnen. Diese Funktion kann das schneller und leichter als der Solver. Der Solver sucht dann die Werte der 4 nichtlinearen Parameter μ_1, μ_2, σ_1^2 und σ_2^2. Solver und Regression arbeiten abwechselnd.

- Die Regressionsfunktion berechnet für ein gegebenes (μ_1, μ_2, σ_1^2, σ_2^2)-Quadrupel die minimale Reststreuung.
- Der Solver versucht diese Reststreuung noch weiter zu minimieren, indem er der Regressionsfunktion andere (μ_1, μ_2, σ_1^2, σ_2^2)-Quadrupel anbietet.

Wir beginnen unsere Excel-Mappe (siehe Tabelle unten), indem wir auf die Zellen A1 bis B4 gehen. Dort tippen wir in die A-Spalte die Bezeichnungen unserer 4 nichtlinearen Parameter ein und in die B-Spalte die Startwerte, die wir der Messwertgraphik oben entnehmen (Vorsicht: S1q ist das Quadrat der Halbwertsbreite, nicht die Halbwertsbreite selbst, ebenso S2q).

Dann tippen wir in Spalte A und B ab Zeile 9 die Messdaten x und y ein. Anschließend berechnen wir die beiden Spalten X1 und X2. Jede Spalte enthält eine Gaußkurve aus der obigen Formel f(x)=…, aber ohne den linearen Faktor B_1 bzw. B_2. Wir benötigen diese X-Spalten für die Regressionsanalyse.

Sie tippen in Zelle C9 ein

=(1/WURZEL(2*PI()*$B$2))*EXP(-((A9-$B$1)^2)/(2*$B$2)) ,

tippen Enter und ziehen die Zelle bis Zeile 32 nach unten. Auf die gleiche Weise erzeugen Sie die Spalte X2. Sie tippen in Zelle D9 ein und ziehen dann:

=(1/WURZEL(2*PI()*$B$4))*EXP(-((A9-$B$3)^2)/(2*$B$4)) .

Jetzt schreiben wir in die Zellen D1, E1 und F1 zu unserer eigenen Information die Bezeichnungen “B2”, “B1” und “A” unserer drei linearen Parameter, die von der Regressionsfunktion eine Zeile tiefer berechnet werden sollen. Die Regressionsfunktion programmieren wir so: Selektieren Sie den Bereich D2:F6, dann tippen Sie den Funktionsaufruf *=rgp(* ein, dann selektieren Sie die y-Werte, dann die x-Werte. Es folgt ein “*wahr*” für die Berechnung der Regressionskonstanten, ein weiteres “*wahr*” für die Berechnung zusätzlicher Statistiken.

=rgp(B9:B32; C9:D32; wahr; wahr) Strg-Shift-Enter

Auf dem grau unterlegten BereichD2:F6 erscheinen die Regressionsergebnisse. Auf den Zellen D2:F2 finden wir von links nach rechts die berechneten Werte der drei linearen Parameter B_2, B_1, A (etwas dunkler unterlegt).

Jetzt können wir darangehen, die Funktion F(x) in Spalte E zu berechnen sowie die Abweichungsquadrate zwischen y und f(x) in Spalte F. Die zugehörigen zwei Formeln sind:

=$F$2+$E$2*C9+$D$2*D9

=(B9-E9)^2

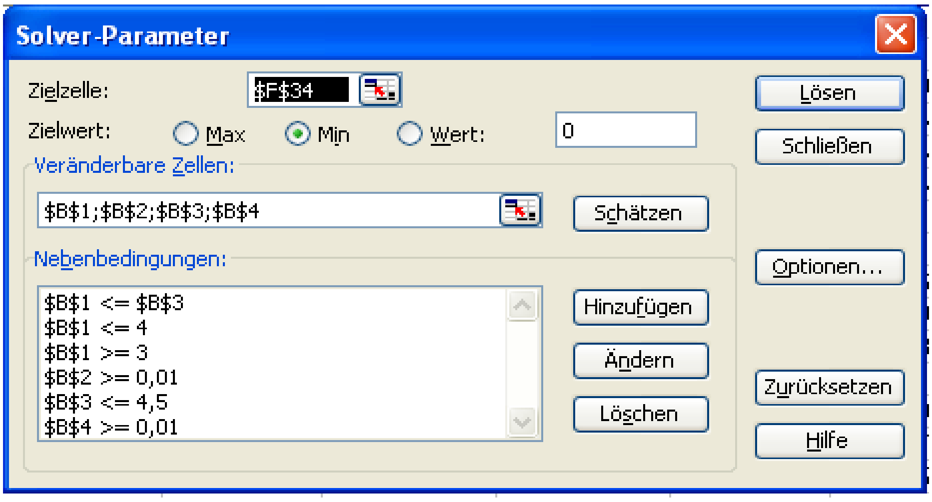
Auch diese beiden Zellen ziehen Sie bis Zeile 32 nach unten. Auf Zelle F34 erzeugen Sie die Summe der Abweichungsquadrate mit der Formel

=summe(F9:F32)

	A	B	C	D	E	F
1	M1	3,7		B2	B1	A
2	S1q	0,05		=rgp(B9:B32;…		
3	M2	4,0				
4	S2q	0,05				
5						
6						
7						
8	x	y	X1	X2	F(x)	Diff^2
9	2,7	0,25	=(1/WURZEL(...	=(1/WURZEL(…	=$F$2+$E$2*...	=(B9-E9)^2
10	2,8	0,25	ziehen	ziehen	ziehen	ziehen
…	…	…	…	…	…	…
32	5,0	0,25	bis hier	bis hier	bis hier	bis hier
33						
34					Summe	=summe(…

Jetzt ist alles bereit für den Solver. Aktivierung und Aufruf können Sie im Kapitel 9.1 nachlesen. Der Solver soll die Summe der Abweichungsquadrate auf Zelle F34 minimieren.

Achtung Openoffice: Der Solver löst nur lineare Gleichungen. Sie müssen die Parameter selbst verändern, um das Minimum zu finden.



Sie klicken im Solverfenster in das Feld *Zielzelle*, dann auf Zelle F34. Danach wählen Sie den Knopf "*Min*" für Minimierung. Die veränderlichen Zellen (unsere 4 nichtlinearen Parameter) sind B1, B2, B3, B4. Sie klicken im Solverfenster in das Feld *veränderbare Zellen*, dann auf Zelle B1, schreiben ein Semikolon, klicken auf B2 usw.

Die Nebenbedingungen sind:

$\mu_1 <= \mu_2$, d.h. Peak 1 soll immer links von Peak 2 liegen,

$\mu_1 <= 4$, $\mu_1 >= 3$, d.h. μ_1 soll zwischen 3 und 4 liegen,

$\mu_2 <= 4{,}5$

$\sigma_1^2 >= 0{,}01$ und $\sigma_2^2 >= 0{,}01$ (d.h. beide σ sollen >= 0,1 sein.)

Um die Nebenbedingungen einzugeben, klicken Sie ins Feld *Nebenbedingungen*, dann auf Hinzufügen, und geben dann im Unterfenster die Nebenbedingung ein. Zellbezüge geben Sie dabei durch anklicken der Zelle ein. Nach der Eingabe der letzten Nebenbedingung kommen Sie über den Button "*Abbrechen*" aus diesem Teufelskreis heraus.

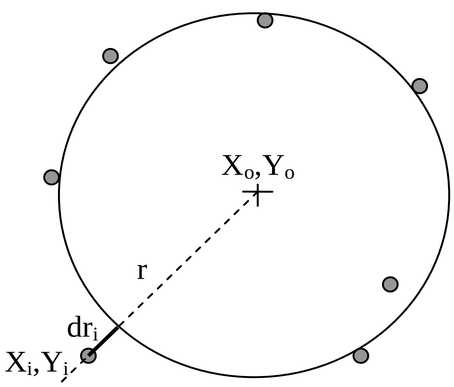
Ihre Arbeitsschritte in Kurzform sind:

- Stellen Sie y(x) graphisch dar als x-y-Diagramm und bestimmen Sie Startwerte und Intervallgrenzen für μ_1, μ_2, σ_1^2, σ_2^2 nach dem Beispiel oben im Skript. Die Startwerte speichern Sie in die veränderbaren Zellen M1, Sq1, M2, Sq2
- Berechnen Sie die Spalten der "X-Werte" mit den beiden Gausskurven
- Berechnen Sie die multiple lineare Regression (rgp) von y mit X1 und X2
- Berechnen Sie die Funktion f(x) und die Abweichungsquadrate $(y\text{-}f(x))^2$
- Lassen Sie vom Solver die Summe der Abweichungsquadrate minimieren
- Stellen Sie die optimierte Funktion f(x) als x-y-Diagramm über den x-Werten graphisch dar
- Übernehmen Sie die originalen Messdaten x und y und die berechneten 7 Werte von A, B1, B2, M1, Sq1, M2, Sq2 in ihre Heimarbeit. Hinzu kommt noch das x-y-Diagramm der Originaldaten und das x-y-Diagramm der angepassten Funktion f(x), außerdem Ihr Solverfenster.

9.4 Anpassung eines Kreises an Messpunkte

Man versucht aus der bestmöglichen Anpassung eines geometrischen Objekts an Messdaten eine Minimierungsaufgabe zu machen. Wir minimieren die Summe der Quadrate der **direkten** Abstände der Messpunkte vom nächstgelegenen Punkt des Objekts. Hier hilft uns die Regressionsfunktion nicht, denn diese minimiert nur die y-Abstände. Wir müssen die **direkten Abstände** selbst berechnen.

<table>
<tr>
<td>Gegeben sind n Messpunkte (X_i, Y_i), die ungefähr auf einem Kreis liegen, z.B. die Punkte auf dem Gelände um einen explodierten Gifttank, ab denen die Kontamination als ungefährlich eingestuft wird.
Die drei Parameter des Kreises sind der Kreismittelpunkt (X_o, Y_o) und der Radius r.

Der Abstand A_i eines Messpunktes vom Mittelpunkt ist $A_i = \sqrt{(X_i - X_o)^2 + (Y_i - Y_o)^2}$.
Die direkte Abweichung des Messpunkts (X_i, Y_i) vom Kreis ist dann $d_i = A_i - r$.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Wir bilden die Summe der direkten Abweichungsquadrate: $S = \sum_{i=1}^{n} d_i^2$.

Durch gezielte Variation der drei Kreisparameter X_o, Y_o und r **minimiert** der Solver den Wert von S, bis die bestmögliche Anpassung des Kreisobjekts an die Messdaten erreicht ist.

Die drei Kreisparameter Xo, Yo, R stehen auf B1, B2, B3. Die Messpunkte, d.h. die x- und y-Koordinaten, stehen auf B6:C17.

Sie berechnen auf D6:D17 die Abweichungsquadrate $(A_i - R)^2$ und auf D19 die Summe der Abweichungsquadrate.

	A	B	C	D
1	Xo	1,5		
2	Yo	1,5		
3	R	0,8		
4				
5	phi	x	y	(Ai-R)^2
6		0,9	2,1	=(wurzel((B6-$B$1)^2+(C6-$B$2)^2)-$B$3)^2
7		0,95	1,92	ziehen
…		…	…	…
17		1,94	1,99	Ziehen bis hier
18	0	=$B$3*cos..	=$B$3*sin..	
19	0,05	ziehen	ziehen	=summe(D6:D17)
20	0,10	ziehen	ziehen	
...		…	…	
144	6,30	ziehen	ziehen	

Jetzt lassen wir den Solver die Zielzelle D19 minimieren. Aktivierung und Aufruf des Solvers wird in Abschnitt 9.1 beschrieben. Veränderliche Zellen sind hier B1, B2, B3. Als Nebenbedingungen legen wir fest: Xo>=1,3 Xo<=1,7 Yo>=1,3 Yo<=1,8 R>0,5 R<1,0. Der Solver findet die Lösung in der Nähe unserer Startwerte.
Achtung Openoffice: Der Solver löst nur lineare Gleichungen. Sie müssen die Parameter selbst verändern, um das Minimum zu finden.

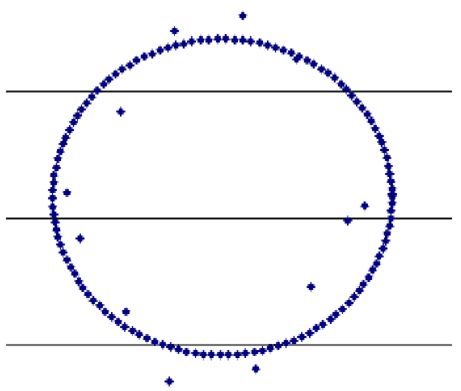
Zur Darstellung des Kreises belegen wir die phi-Werte mit den Winkelwerten $\varphi = 0,\ 0{,}05,\ 0{,}10,\ \ldots,\ 6{,}30$.
In Zelle B18 tippen wir die Formel $x(\varphi)=R*\cos(\varphi)+Xo$ ein:

=$B$3*cos(A18)+$B$1

In Zelle B18 tippen wir die Formel $y(\varphi)=R*\sin(\varphi)+Yo$ ein:

=$B$3*sin(A18)+$B$2

Beide Zellen ziehen wir bis Zeile 144 nach unten. Es entstehen die Punkte eines Kreises im Winkelabstand $d\varphi = 0{,}05$ [Rad].



Diesen Kreis zeichnen Sie zusammen mit den originalen Messpunkten als x-y-Diagramm

Ihre Arbeitsschritte in Kurzform sind:

- Zellen der 3 Parameter : Xo, Yo, R anlegen und Startwerte setzen
- Spalte der Abweichungsquadrate anlegen und deren Summe bilden
- Lassen Sie vom Solver die Summe der Abweichungsquadrate minimieren
- Stellen Sie das Ergebnis graphisch dar, indem Sie zuerst die Spalte φ anlegen. Dann berechnen Sie zu jedem φ-Wert die x(φ)-Werte und y(φ)-Werte. Machen Sie ein x-y-Diagramm mit den 2 Spalten x und y.

- Kopieren Sie die Ausgangsdaten, das Solverfenster, die berechneten Werte von Xo, Yo und R sowie die Graphik in Ihre Heimarbeit

Ihre Aufgabe Nichtlineare Kurvenanpassung / Anpassung von Objekten:

Gruppe 6-17	**Gruppe 18-29**	**Gruppe 1-5, 30-36**	**Zusatzaufgabe 3-er Gruppe**
Anpassung der Sinus-funktion: f(t)=A+B·sin(ωt+φ)	Anpassung der Haldane-Kinetik $\mu(c)=\frac{\mu^{*}c}{K_S+c+K_I c^2}$	Anpassung einer Gausskurvensumme $f(x)=A+B_1f_1(x)+B_2f_2(x)$	Anpassung eines Kreises an gegebene Messpunkte auf einer x-y-Ebene
Gegeben sind Zeiten t und Messwerte f(t). t f(t) 0 -1,1 0,2 -0,5 0,4 -0,1 0,6 0,9 0,8 1,4 1,0 2,1 1,2 2,2 1,4 2,3 1,6 1,7 1,8 1,3 2,0 0,3 2,2 -0,2 2,4 -0,9 ff 2,6 -1,0 2,8 -1,1 3,0 -0,5 3,2 -0,1	Gegeben sind die Konzentrationen c [%] und die Wachstumswerte μ(c) [1/h] c μ(c) 0 0 1 0,06 2 0,15 3 0,20 4 0,23 5 0,25 6 0,23 7 0,24 8 0,20 9 0,18 10 0,17 Ende	Gegeben sind Messwerte aus einem Massenspektrogramm x y 2,7 0,25 2,8 0,25 2,9 0,27 Fortsetz. 3,0 0,32 x y 3,1 0,50 4,1 2,02 3,2 0,93 4,2 1,68 3,3 1,71 4,3 1,27 3,4 2,70 4,4 0,88 3,5 3,50 4,5 0,59 3,6 3,75 4,6 0,41 3,7 3,44 ff 4,7 0,32 3,8 2,92 4,8 0,27 3,9 2,52 4,9 0,26 4,0 2,27 5,0 0,25	Gegeben sind die x- und y-Koordinaten von Messpunkten, die von einem Kreis möglichst optimal angenähert werden sollen. x y 0,90 2,10 0,95 1,92 1,10 2,42 1,12 1,63 1,30 1,74 1,28 1,35 1,55 2,80 1,60 1,40 ff 1,75 2,63 1,80 1,73 2,00 2,05 1,94 1,99

Aufgabe 10: Mittelwertvergleich normalverteilter Grundgesamtheiten

Aufgabe: Ein Einstichproben-t-Test und ein Zweistichproben-t-Test sind durchzuführen. Die Daten und ihre Benennung hängen von Ihrer Gruppennummer ab (siehe weiter unten).

Ergebnisse: Zwei EXCEL-Mappen *Aufgabe10einstichprobe.xls* und *Aufgabe10zweistichprobe.xls* mit Daten, Berechnungen und Ergebnissen.

10.1 Einführung in die t-Tests für Mittelwertvergleiche

Der **Einstichproben-t-Test** vergleicht den Mittelwert einer Grundgesamtheit (Population) mit einer Konstanten, z.B. dem Bundesdurchschnitt, indem eine einzelne Stichprobe vom Umfang

n gezogen wird und dann mit deren Mittelwert $\bar{x}$, Standardabweichung σ_{n-1} und Stichprobenumfang n ein t-Wert berechnet wird.
Der **Zweistichproben-t-Test** vergleicht die Mittelwerte zweier Grundgesamtheiten, z.B. den Blutdruck nichttherapierter Patienten mit dem von therapierten Patienten, indem zwei Stichproben gezogen werden, und dann aus den beiden Mittelwerten, den beiden Standardabweichungen und den beiden Stichprobenumfängen ein t-Wert berechnet wird.
Sind die Daten der beiden Gruppen abhängig (z.B. Blutdruck vor der Therapie und Blutdruck nach der Therapie am selben Patienten gemessen), dann nimmt man den **gepaarten t-Test**.

Alle t-Tests setzen Normalverteilung der Daten voraus. Die Normalverteilungsannahme kann mit dem Shapiro-Wilk-Test, dem Chi-Quadrat-Anpassungstest oder dem Kolmogorow-Smirnow-Test geprüft werden. Liegt keine Normalverteilung vor, können als Ersatz für den t-Test nichtparametrische Tests angewendet werden, etwa der Wilcoxon-Mann-Whitney-Rangsummentest für zwei unabhängige Stichproben oder der Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test für zwei gepaarte Stichproben.

Man nimmt im 2-Stichproben-t-Test für unabhängige Stichproben die gemittelte Standardabweichung bei angenommener Gleichheit der Varianzen (homoscedasticity). Bei unterschiedlichen Varianzen (heteroscedasticity) ist der Fakt der Ungleichheit unerheblich, wenn die Stichprobenumfänge $n_1>30$ und $n_2>30$ sind. Ist das jedoch nicht der Fall, dann nimmt man den Welch-Test bzw. einen ähnlich aufgebauten Test. Der Welch-Test führt auf nichtganzzahlige Freiheitsgrade, die dann zu runden sind.

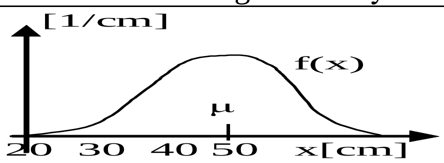
EXCEL vermag mit der Funktion TTEST(…) einseitige und zweiseitige Mittelwertvergleiche durchzuführen. Der Parameter **Typ** bestimmt die Art des Tests:

Typ 1: Es liegen zwei gepaarte Stichproben vor (zwei Messreihen gleicher Länge mit paarweise zugeordneten Werten)
Typ2: Es liegen zwei unabhängige Stichproben vor. Die Stichprobenumfänge können ungleich sein. Die Varianzen (bzw. die Standardabweichungen) der beiden Stichproben unterscheiden sich nicht signifikant (homoscedasticity).

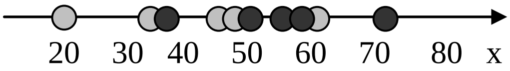
Typ3: Wie Typ 2, aber die Varianzen (bzw. die Standardabweichungen) der beiden Stichproben unterscheiden sich signifikant (heteroscedasticity).

Was EXCEL in dieser Version nicht anbietet, ist der Einstichproben-t-Test. Dieser ist jedoch leicht zu programmieren.

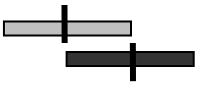
Eine kurze Einführung in das Testverfahren:

<table>
<tr><td colspan="2">Viele Daten sind nahezu normal verteilt. Werte um den Erwartungswert μ (Mittelwert) der Population herum treten häufig auf. Werte, die stark abweichen, treten dagegen sehr viel seltener auf. Die mittlere Abweichung der Werte vom Mittelwert μ wird als Standardabweichung σ bezeichnet. Die Dichtefunktion der Normalverteilung ist eine symmetrische Glockenkurve mit einem Maximum bei μ.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Dichte der Normalverteilung

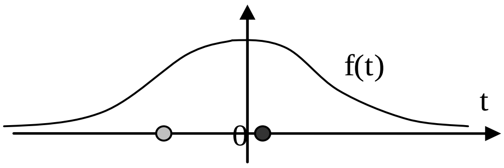
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$</td></tr>
</table>



Wir ziehen zwei Zufallsstichproben (1=hellgrau und 2=dunkelgrau) zu je 5 Werten aus der unendlichen Menge aller möglichen x-Werte dieser Population.

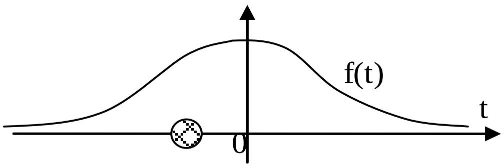


Wir stellen den Mittelwert einer Stichprobe durch einen senkrechten Strich, die Standardabweichung durch einen Balken dar. Wir sehen: $\bar{x}_1$ ist ungleich $\bar{x}_2$.



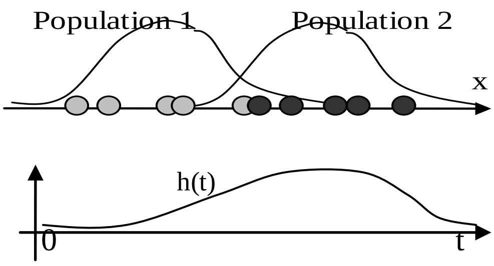
Bildet man zu Tausenden Stichproben mit i=1, 2, … jeweils die t-Werte mit $t_i = ((\bar{x}_i - \mu)/\sigma_i)\cdot\sqrt{n}$ (zwei t-Werte sind in der Abbildung zu sehen), dann entsteht eine t-Verteilung mit Erwartungswert 0. Kleine t-Werte sind häufig, betragsmäßig große t-Werte selten.

Allgemein entsteht eine t-Verteilung mit k Freiheitsgraden, wenn man eine standard-normalverteilte Größe **u** (mit Erwartungswert 0 und Standardabweichung 1) durch eine chi-verteilte Größe mit k Freiheitsgraden dividiert. Beispielsweise ist die Standardabweichung σ_{n-1} einer Stichprobe vom Umfang n, dividiert durch $\sqrt{n}$, dh. ($\sigma_{n-1}/\sqrt{n}$) , eine solche chi-verteilte Größe mit n-1 Freiheitsgraden. Die t-Verteilung ist symmetrisch und hat etwa die Gestalt einer Glockenkurve.



Die Differenz zweier Stichprobenmittel $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ ist assymptotisch normal verteilt (für n→∞). Mittelt man σ_1 und σ_2 zu einem $\bar{\sigma}$ und bildet den t-Wert $t = [(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)/\bar{\sigma}]\cdot\sqrt{(n_1\cdot n_2)/(n_1+n_2)}$, dann entsteht ein Punkt auf der t-Achse (karierter Kreis). Tausendfache Wiederholung liefert die t-Verteilung.

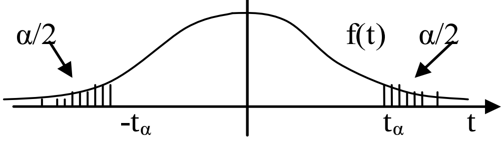
Stammen beide Stichproben aus ein und derselben Population, dann sind große t-Werte recht unwahrscheinlich, da die Mittelwerte sich ähnlich sind. Die meisten t-Werte verteilen sich nahe der Null.



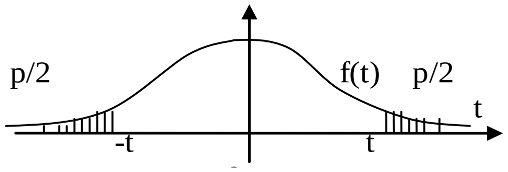
Anders sieht es aus, wenn die beiden Stichproben aus unterschiedlichen Populationen mit Erwartungswerten $\mu_1 \neq \mu_2$ gezogen werden. In diesem Falle entstehen beim t-Test t-Werte, die nicht mehr der t-Verteilung gehorchen, sondern einer anderen Verteilung h(t) mit einem Erwartungswert ungleich Null. Die Wahrscheinlichkeit, einen großen t-Wert zu erhalten, ist deutlich größer, verglichen mit der Ziehung aus ein und derselben Population. Auf dieser unterschiedlichen Wahrscheinlichkeit beruht der t-Test zweier normalverteilter Populationen:

Ist der t-Wert des Mittelwertvergleichs klein, nimmt man **Hypothese H_o** an: Mit hoher Wahrscheinlichkeit erfolgte die Ziehung der Stichproben aus einer einheitlichen Population, d.h. $\mu_1 = \mu_2$.

Ist der t-Wert des Mittelwertvergleichs groß, nimmt man dagegen **Hypothese H_A** an: Mit hoher Wahrscheinlichkeit erfolgte die Ziehung der beiden Stichproben aus Populationen mit untersschiedlichen Erwartungswerten, d.h. $\mu_1 \neq \mu_2$.



Die Entscheidung über Annahme oder Ablehnung der Hypothese H_o erfolgt so: Man gibt sich eine Irrtumswahrscheinlichkeit α vor (z.B. α=0,05) und verteilt sie auf die zwei Zwickel der t-Verteilung. Wir akzeptieren H_o, wenn $|t| < t_\alpha$, sonst H_A. Der *Sicherheitspunkt* t_α der t-Verteilung wird z.B. von der EXCEL-Funktion TINV(…) geliefert. Der t-Wert t wird von der t-Formel geliefert.

	Besonders in medizinischen Arbeiten wird oft nur die zweiseitige Irrtumswahscheinlichkeit p (sprich p-value) angegeben. Die Arbeitsblattfunktion TTEST liefert exakt dieses p. (Sie nimmt das **t** der t-Formel und lässt von der Funktion TVERT die Flächen der beiden Zwickel rechts vom **+t** und links vom **–t**, d.h. die Irrtumswahrscheinlichkeit p bei Ablehnung der Nullhypothese H_o, berechnen.

Einstichproben-t-Test (Test Populationsmittel gegen Konstante)

Gegeben ist eine Messreihe $x_1, x_2, ..., x_n$. Der Mittelwert μ der Grundgesamtheit, aus der die Messreihe stammt, soll gegen einen Konstanten Wert μ_0 getestet werden. μ_0 kann eine vom Gesetzgeber festgelegte Norm sein, ein Literaturwert oder eine sonstwie theoretisch begründete Zahl.
Nullhypothese H_o: $\mu=\mu_0$ Alternativhypothese H_A: $\mu \neq \mu_0$ (zweiseitiger Test)
Zulässige von uns vorgegebene Irrtumswahrscheinlichkeit bei Ablehnung von H_o: α=0.0.

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{n-1}} \sqrt{n} \qquad \text{mit den Freiheitsgraden} \qquad FG=n-1$$

Aussage : Suche Sicherheitspunkt t(α, FG, zweiseitig) mittels Funktion TINV
2-seitiger Test: Wenn t $\leq$ -t(α, FG, zweis.), dann ist signifikant $\mu < \mu_0$
Wenn t $\geq$ t(α, FG, zweis.), dann ist signifikant $\mu > \mu_0$
in allen anderen Fällen H_o: $\mu = \mu_0$ annehmen (kein signifikanter Unterschied)

Mittelwertvergleich zweier normalverteilter Grundgesamtheiten bei gleichen Stichprobenvarianzen bzw. Ungleichheit, aber n_1>30 und n_2>30 (t-Test).

Gegeben sind zwei unabhängige Stichproben (Messungen, Beobachtungen) $x_{11}, x_{12}, ..., x_{1n1}$ und $x_{21}, x_{22}, ..., x_{2n2}$ mit Umfang n_1 und n_2. Der erste Index bezeichnet die Stichprobe 1 oder 2, der zweite Index nummeriert die Beobachtungen innerhalb der Messreihe mit 1,2,3,... Sie wollen prüfen, ob die Mittelwertunterschiede der Populationen signifikant sind.
Hypothese H_o: $\mu_1=\mu_2$ H_A: $\mu_1 \neq \mu_2$ (zweiseitiger Test) α=0.05 (5%)
Methode: t-Test mit gemittelter Standardabweichung
Berechne für jede Stichprobe Mittelwert $\bar{x}_i$, Standardabweichung $\sigma_{i,n-1}$ für i=1,2

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)\cdot\sigma^2_{1,n-1} + (n_2 - 1)\cdot\sigma^2_{2,n-1}}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\bar{\sigma}} \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} \qquad \text{mit Freiheitsgraden } FG = n_1 + n_2 - 2$$

Berechne mit TINV(…) Sicherheitspunkt t(α, FG, zweiseitig)
2-seitiger Test: Wenn t $\leq$ -t(α, FG, zweis.), dann ist signifikant $\mu_1 < \mu_2$
Wenn t $\geq$ t(α, FG, zweis.), dann ist signifikant $\mu_1 > \mu_2$
in allen anderen Fällen H_o: $\mu_1 = \mu_2$ annehmen (kein signifikanter Unterschied).

EXCEL liefert im TTEST keinen t-Wert, sondern lediglich die Irrtumswahrscheinlichkeit p bei Ablehnung der Hypothese H_o. Mit TINV(…) kann man jedoch im Fall Typ=2 das t rückwärts ermitteln.

Mittelwertvergleich zweier normalverteilter Grundgesamtheiten bei ungleichen Stichprobenvarianzen und entweder $n_1 \leq 30$ oder $n_2 \leq 30$ oder beide $n \leq 30$ (Welch-Test).

Hypothese H_o: $\mu_1=\mu_2$ H_A: $\mu_1 \neq \mu_2$ (zweiseitiger Test) $\alpha=0.05$ (5%)
Methode: Welch-Test mit gemittelter Standardabweichung und adjustierten Freiheitsgraden.
Berechne für jede Stichprobe Mittelwert $\bar{x}_i$, Standardabweichung $\sigma_{i,n-1}$ für i=1,2

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sigma^2_{1,n-1}}{n_1} + \frac{\sigma^2_{2,n-1}}{n_2}}$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\bar{\sigma}}$$

mit Freiheitsgraden $FG = \dfrac{(g_1+g_2)^2}{\dfrac{g_1^2}{n_1-1} + \dfrac{g_2^2}{n_2-1}}$ mit $g_1 = \dfrac{\sigma^2_{1,n-1}}{n_1}$ und $g_2 = \dfrac{\sigma^2_{2,n-1}}{n_2}$.

Berechne mit TINV(…) Sicherheitspunkt t(α, FG, zweiseitig)
2-seitiger Test: Wenn t $\leq$ -t(α, FG, zweis.), dann ist signifikant $\mu_1 < \mu_2$
Wenn t $\geq$ t(α, FG, zweis.), dann ist signifikant $\mu_1 > \mu_2$
in allen anderen Fällen H_o: $\mu_1 = \mu_2$ annehmen (kein signifikanter Unterschied).

F-Test zur Entscheidung, ob gleiche oder signifikant ungleiche Varianzen in den Grundgesamtheiten vorliegen.

Sind $\sigma^2_{1,n-1}$ und $\sigma^2_{2,n-1}$ die Varianzschätzungen aus den beiden Stichproben $x_{11}, x_{12}, ..., x_{1n1}$ und $x_{21}, x_{22}, ..., x_{2n2}$ mit Umfang n_1 und n_2, dann dann ist die Testgröße

$F = \dfrac{\sigma^2_{1,n-1}}{\sigma^2_{2,n-1}}$ unter H_o F-verteilt mit $FG_1=n_1-1$ und $FG_2=n_2-1$ Freiheitsgraden.

H_o: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ Gleichheit der Varianzen (homoscedasticity) in den Grundgesamtheiten.
H_A: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ Ungleichheit der Varianzen (heteroscedasticity).

Wir akzeptieren H_A, wenn F $\geq$F(α, FG_1, FG_2) ist (Sicherheitspunkt der F-Verteilung).
Wir akzeptieren H_o, wenn F <F(α, FG_1, FG_2) ist.

Ist F<1, dann bildet man den Kehrwert 1/F und testet mit diesem, satt mit F. Dabei vertauschen sich die Freiheitsgrade. Es wird $FG_1=n_2-1$ und $FG_2=n_1-1$. In EXCEL benutzen wir den vorgefertigten FTEST. Er liefert direkt die Irrtumswahrscheinlichkeit p bei Ablehnung der Nullhypothese H_o , d.h. bei Annahme von H_A.

Wir nehmen den t-Test im Falle p>0,05 (gleiche Varianzen, d.h. Hypothese H_o).
Wir nehmen den Welch-Test im Falle p≤0,05 (ungleiche Varianzen, d.h. Hypothese H_A).

10.2 Zahlenbeispiel Mittelwertvergleich zweier unabhängiger Stichproben

Ein Photoreaktor baut mittels UV-Strahlung organische Substanzen im Wasser ab. Seine Leistung wird in [mg/KWh] für eine standardisierte Testsubstanz gemessen. Es liegen zwei unterschiedlich lange Messreihen für zwei Lampen (Lampe A und Lampe B) vor.

Abbauleistung mit Lampe A in mg/KWh	3.6	2.9	3.0	4.1	---
Abbauleistung mit Lampe B in mg/KWh	3.9	4.4	3.2	3.8	4.3

Frage: *Besteht ein signifikanter Unterschied in der Abbauleistung von Lampen des Typs A gegenüber Lampen des Typs B?*

Bevor EXCEL den TTEST auf Mittelwertunterschied durchführt, müssen wir den FTEST selbst ausführen und nach dessen Ergebnis den TYP festlegen (siehe Beispiel unten).

Zeile	Spalte A	Spalte B	Spalte C	Zur Information die Formeln in Spalte B
1		Lampe A	Lampe B	
2	Daten	3,6	3,9	
3		2,9	4,4	
4		3,0	3,2	
5		4,1	3,8	
6			4,3	
7				
8	Mittelwerte	3,4	3,92	=mittelwert(B2:B6) ziehen →
9	Sigmas	0,55976	0,47644	=stabw((B2:B6) ziehen →
10	Anzahlen	4	5	=anzahl((B2:B6) ziehen →
11				
12	p (F-Test)	0,7397		=FTEST(B2:B6;C2:C6)
13				
14	Da p>0,05, unterscheiden sich die Varianzen nicht signifikant			
15	Wir nehmen Typ=2, d.h. wir nehmen gleiche Varianzen an.			
16				
17	TTEST	0,17512	(p-value)	=TTEST(B2:B5;C2:C6; 2; 2)
18	Hypothese	Ho		=WENN(B17>=0,05; „Ho“; „Ha“)
19	FG	7		=B10+C10-2
20	t-Wert	1,50867		=TINV(B17;B19)
21				
22	Zum Vergleich für uns die Berechnung ohne die Funktion TTEST bei Typ=2			
23	sigmittel	0,5318	=WURZEL(((B10-1)*B9^2+(C10-1)*C9^2)/(B10+C10-2))	
24	t-Wert	-1,50867	=((B8-C8)/B23)*WURZEL((B10*C10)/(B10+C10))	
25	Betrag t	1,50867	=abs(B24)	
26	p-value	0,17512	=TVERT(B25;B19;2)	

Wir sehen, es wird die Hypothese Ho angenommen, Das bedeutet, dass sich die Lampenleistung nicht signifikant unterscheidet. Im konkreten Fall könnte man mehr Daten sammeln und eventuell doch noch zu einer Aussage zugunsten einer der untersuchten Lampen kommen.

Ihre Aufgabe Mittelwertvergleiche mit dem t-Test:

Gruppe 7-18	**Gruppe 19-30**	**Gruppe 1-6, 31-36**	**Zusatzaufgabe 3-er Gruppe**
Test CO gegen Grenzwert 0,005 CO-Werte 0,0055 0,0063 0,0049 0,0051 0,0038 0,0040 0,0071 0,0036 0,0047 0,0042 0,0050 0,0038 0,0064 0,0047 0,0043 0,0037	Test Interleukin gegen Grenzwert 0,7 Interleukin-Werte 0,173 0,264 0,291 0,224 0,385 0,426 0,337 0,091 0,331 0,235 0,345 0,602 0,552 0,512 0,348	Test Cholesterin gegen Grenzwert 300 Cholesterin-Werte 224 186 209 210 280 305 180 149 207 217 177 94 209 244	Programmieren Sie das Beispielprogramm so um, dass der Typ 2 oder 3 automatisch erkannt wird (WENN-Anweisung). Des Weiteren fügen Sie die eigene Berechnung des Welch-Tests ein. Durch weitere WENN-Anweisungen geben Sie ganz unten auf der Mappe p, t, FG und Ho bzw. Ha aus. Testen Sie das Programm mit beiden Datensätzen zum Körnerertrag.
Test gepaart mit und ohne CO-Filter Mit Filter / Ohne Filt. 0,0008 / 0,0036 0,0014 / 0,0047 0,0005 / 0,0042 0,0011 / 0,0050 0,0009 / 0,0038 0,0013 / 0,0064 0,0010 / 0,0047 0,0009 / 0,0042 0,0007 / 0,0037	Test Lichtleistung von 18-Watt-Lampen Oswald / Nervig 704 / 688 712 / 714 685 / 702 743 / 657 699 / 683 684 / 703 671 / 700 715 / 689 /	Test Keimfähigkeit von Weizensorten Ariba-A / Kiew12 88 / 92 84 / 89 87 / 90 91 / 95 82 / 94 89 / 91 88 / 89 / 87 / 92	Satz 1: N Ca / Satz2: N K 4,3 3,7 / 4,4 1,8 4,6 3,2 / 4,9 7,4 4,4 4,0 / 5,0 5,2 4,9 3,5 / 4,8 3,3 5,0 3,3 / 4,5 0,6 4,7 3,6 / 4,7 1,7 4,6 3,4 / 4,2 2,4 4,7 3,9 / 5,1 9,3 4,2 4,1 / 4,4 5,8 5,0 3,6 / 4,4 3,9 4,5 / 6,2

Schreiben Sie unter jedes Endergebnis einen Antwortsatz der Form: „Wir akzeptieren die Hypothese *H_o (bzw, H_A)*. Die Mittelwerte unterscheiden sich signifikant (im Falle H_A) bzw. nicht signifikant (im Falle H_o). **Im Signifikanzfall ergänzen Sie die Aussage mit einem weiteren Satz, der auf das getestete Problem eingeht** (z.B. Filtereinfluss der Staubbelastung oder Keimfähigkeit des Weizens).